第21卷第1期 数学研究与评论 Vol. 21 No. 1
2001年2月 JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION Feb. 2001

实方阵存在Volterra乘子的判定*

郭希娟， 王永茂， 刘德有
(燕山大学数学系，河北 秦皇岛 066004)

关键词：矩阵理论；正定阵；Volterra乘子；对角占优.
分类号：AMS(1991) 15A/CLC O151.21
文献标识码：A 文章编号：1000-341X(2001)01-0076-01

设 A 为实方阵，熟知，若 $A+A^{\mathrm{T}}$ 正定，则称 A 亚正定；若存在正对角阵 D，使得 $DA+(DA)^{\mathrm{T}}$ 正定，则称 A 广义亚正定，又若使得 $DA+(DA)^{\mathrm{T}}$ 为正定矩阵，则称 D 为 A 的Valterra乘子. 易证下列结果.

定理1 设 $A=(a_{ij})\in R^{n\times n}$，且 $A=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12}\\ A_{21} & A_{22}\end{bmatrix}$，则 A 亚正定的充要条件是

$$A_{11}, A_{22}-\frac{1}{2}[A_{21}+A_{12}^{\mathrm{T}}][A_{11}+A_{11}^{\mathrm{T}}]^{-1}[A_{12}+A_{21}^{\mathrm{T}}]$$

亚正定.

定理2 设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$，则 A 存在Volterra乘子的充要条件是 A 为广义亚正定阵.

定理3 设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$，A 分块如定理2，若 $A_{11}, A_{22}-\frac{1}{2}[A_{21}+A_{12}^{\mathrm{T}}][A_{11}+A_{11}^{\mathrm{T}}]^{-1}[A_{12}+A_{21}^{\mathrm{T}}]$ 亚正定，则 A 存在Volterra乘子.

定理4 设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$，A 分块如定理1，则 A 存在Volterra乘子的充要条件是存在正对角阵 D_1, D_2 使 $A_{11}, A_{22}-\frac{1}{2}[A_{21}+D_2^{-1}A_{12}^{\mathrm{T}}D_1][D_1A_{11}+(D_1A_{11})^{\mathrm{T}}]^{-1}[D_1A_{12}+(D_2A_{21})^{\mathrm{T}}]$ 存在Volterra乘子.

参考文献：

[1] PLEMMOS R J. *The decriptiopn for the M-matrices character I—Nonsingular M-matrices* [J]. Linear Algebra and Its Appl., 1977, **18**: 175—188.
[2] BERMAN A, PLEMMOS R J. *Nonnegative Matrices in the Mathematical Scinces* [M]. New York, Academic Press, 1979.
[3] 郭希娟. $n\times n$ 实矩阵的Volterra乘子 [J]. 东北重型机械学院学报, 1997, **2**: 175—177.
GUO Xi-juan. *On Volterra multiplicator of $n\times n$ real matrix* [J]. Journal of Northeast Heavy Machinery Institute, 1997, **2**: 175—177.

* 收稿日期：1998-03-13；修订日期：1999-11-08
作者简介：郭希娟(1959-)，女，博士，燕山大学教授.