

略评 Enderton 的 Elements of Set Theory*

陆 尚 强

(湖南大学)

在“数学研究与评论”1981年创刊号中,有程极泰同志的“关于自然数集合上的递归定理”一文,文中谈到“对于Enderton书中议论到自然数集上的递归定理证明问题,有不同看法”。

我认为 Enderton 的书中有有关议论是正确的,没有不妥当之处。从教学角度看,他的写法也是很好的。

Enderton 认为:(原书p.76处)那个递归定理证明所以错误,首先是在未知道函数 h 的存在之前而谈论 h , 又该证明并未用到 Peano 系统定义中的 (i) 及 (ii) 两条,对于不满足这两条的系统,递归定理一般是不成立的。(并举出了反例)……。 (大意如此)

对于 Enderton 认为那个证明是错误的这些理由,程同志文中并未针锋相对提出不同意见,而只是简单地说了一句“我们觉得这个证明基本上正确,所缺少的一点就是唯一性的证明。”这样是不能使人信服的。

其次,程同志文中认为 ω 上的递归定理不必像 Enderton 书上仿照一般超穷递归定理的证明步骤来做,我认为原书写法是从教学法考虑的,为了熟悉超穷递归定理的论证方法,并为了方法的统一性,首先在 ω 上的递归定理的证明上实行一遍,这样使读者对方法的掌握未必没有好处。当然,用别的方法证明也未常不可。

又 Enderton 书中认为是错误的证明示范是针对任意的 Peane 系统而不是对 ω 的,(原书也有提及), ω 是在 ZF 中定义的,而 Peane 是一般的公理系统,两者不能混为一谈, ω 仅是 Peane 系统的一个模型。

总的说,我认为 Enderton 的书写得很清楚、仔细、流畅、严谨,由浅入深,富于启发性,是公理集合论的一本入门好书。以这书为基础,即可进一步阅读较深的有关书籍。例如在美国数学学会公报(1980年)关于近代集合论的专著“Thomas Jech, Set Theory(1978)”的书评一文中,就列举 Enderton 这本书及 Halmos 的“Naivs Set Theory (1960)”作为读 Jech 书的预备知识。事实上, Enderton 的书远比 Halmos 的书详细、系统、深入,其中所配习题也颇注重基本训练,由浅入深,难度,份量也适中。而 Halmos 的书作为读 Jech 的书的预备知识是不够的。

* 1981年6月11日收到。

本来,公理集论应在一阶谓词演算的框架中展开叙述。Enderton的书对此并未详细提出,仅在附录中加入“Notation, Logic and Proofs”一节对于不熟悉谓词演算的读者,似嫌不足。但对于专门学习公理集论的读者,一般必须具备逻辑演算知识,对于非专门学习公理集论的读者,那就作直观地推导当然也可以。所以书中不提及逻辑演算框架未尝不可,一般公理集论的书也都假定读者具备逻辑演算知识。

Enderton的书中对 ω 上递归定理的证法不仅用于良序结构上超穷递归定理的证明,而且后来还用于Well-founded结构上超穷递归定理的证明。这样一来,三个递归定理的证法都作了统一的处理。

在60年代出版的书中有一本颇为流行的,即Suppes的“Axiomatic Set Theory”。它与Enderton的书比较属同一水平,写得也很清楚易读,但像 V_α , rank, well-founded relation, cofinality等这些重要概念都未刊入,所以Enderton的书内容稍为深入一些,一些显然的定理已留作习题,写得也更紧凑一些,作为学习近代集论的预备知识也更为合适一些。当然,属于经典集论(指不涉及模型论,力迫法等近代工具)而内容更为丰富得多的书国内已流传的有Kuratowski and Mostowski的“Set Theory(76年重版)”,以及具有更多新进展内容的A. Levy的“Basic Set Theory (1978)”。但这些已属于与Enderton的书有不同水平的书了(特别是后者)。当然这些书也可弥补从Enderton的书过渡到Jech的Set Theory (1978)之太紧促。