

一个未解决问题——46阶C-矩阵的存在性

刘 璋 温

(中国科学院应用数学研究所)

一个 C- 矩阵是一个 n 阶方阵 C , 其对角元素为 0 和其余元素为 +1 或 -1, 使得

$$CC^T = (n-1)I.$$

已知 C- 矩阵存在的必要条件是: 对对称 C- 矩阵, $n \equiv 2 \pmod{4}$ 和 $n-1 = a^2 + b^2$, 其中 a 和 b 为整数; 对斜对称 C- 矩阵, $n = 2$ 或 $n \equiv 0 \pmod{4}$.

C- 矩阵是 Belevitch^[1] 在研究会议电话 (Conference telephony) 网络的构造中提出来的, 对称情形叫做会议矩阵. 对一个斜对称 C- 矩阵 C , 矩阵 $H = C + I$ 是一个斜对称 Hadamard 矩阵. 从 Paley^[4], Goethals-Seidel^[3] 和 Delsarte-Goethals-Seidel^[2] 知, 对称 C- 矩阵对一切阶为 $n = 1 + p^k$ (p 为素数和 k 为任意整数) 和 $n = 226$ 存在.

例如, 一个 $n = 6$ 阶对称 C- 矩阵如下:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$n = 46$ 是一个未解决的最小的阶.

参 考 文 献

- [1] Belevitch, V., Theory of $2n$ -terminal networks with application to conference telephony, *Electr. Commun* 27(1950), 231—244.
- [2] Delsarte, P., Goethals, J. M. and Seidel, J. J., Orthogonal matrices with zero diagonal, part I, *Canad. J. Math.*, 23 (1971), 816—832.
- [3] Goethals, J. M. and Seidel, J. J., Orthogonal matrices with zero diagonal, *Canad. J. Math.*, 19(1967), 1001—1010.
- [4] Paley, R. E. A. C., On orthogonal matrices, *J. Math. Phys.*, 12 (1933), 311—320.