

两 点 看 法

倪 进

(江苏化工学院数学教研组)

I. 秦元勋著,《几何学通论》,湖南科学技术出版社,1981年5月第一版^[1].

秦先生在该书第15—16页上写道:

“三种几何学(指欧氏几何学、罗氏几何学和黎氏几何学——评者)的基本差异只限于平行公设,因此,凡与平行公设无关的欧氏几何学的定理,在三种几何学中都是成立的。”

在同书82—87页,秦先生列出了欧氏几何的五类公理,并在88页上又写道:

“如果把公理4改为下面的两条:

- (1) 在同一平面上的任何两条直线必有公共点.
- (2) 一条直线可以无限延长,但有定长,即是象球上的一个圆一样.

这样改变之后的这五类公理也是一样的各自独立、不相矛盾和系统完全.由这五类公理便可建立黎氏几何学.”

但是我们知道,在欧氏几何的五类公理中去掉平行公理(欧氏公理)之后,仍可证得这样的定理:“经过任一直线 a 外的任一点 p ,存在直线 b , b 和 a 没有公共点,并且 b 在 a 和 p 决定的平面内.”^[2]由此易见,秦先生所给出的黎曼几何公理系统是矛盾的(即矛盾于(1)).

为了采用黎氏公理而建立黎氏几何学,在其它几类公理中必须作一些改动(例如次序公理换成分离公理).在波哥莫洛夫(C. A. Богомолов)的书“非欧几里得的黎曼几何引论”中给出了黎曼几何学的一个公理系统.

II. 同书第118页13行起⁽¹⁾,秦先生证明正方形 $S = \{(x, y): 0 \leq x < 1, 0 \leq y < 1\}$ 与区间 $T = \{z: 0 \leq z < 1\}$ 可建立一一对应.但是所给出的对应规则并不是 S 和 T 之间的一一对应规则.例如: $z = 0.1919\cdots$,按书上的规则, z 对应的 (x, y) 是

$$\begin{cases} x = 0.11\cdots \\ y = 0.99\cdots = 1, \end{cases}$$

这与 $y < 1$ 矛盾.

为了直接写出 S 和 T 之间的一个一一对应,可以参看鲁金(Лузин)著的“实变函数论”我们就不再引述.

以上的浅薄看法谨与读者一起讨论并与秦先生商榷.

参 考 文 献

[1] 本书最早于1950年出版,不久即再版.1959年,商务印书馆出修订版.现在这版是秦先生于1980年改写的.

[2] H. B. 叶非莫夫,高等几何学,第83页,定理46,评者略加改写.

(1) 为了说明问题方便,评者引用 S 和 T 的记法.