两点注记*

张宏志
(哈尔滨市电子计算技术研究所)

[1]给出求函数方程

$$f(x)=0 \tag{1}$$

重根的迭代函数($I.F.$)

$$x_{n+1}=x_n-m\left\{\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}+\frac{f(z_n)}{f'(z_n)}\right\},\quad z_n=x_n-m\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \tag{2}$$

显然,(2)与

$$\begin{cases} z_n=x_n-m\dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \\ x_{n+1}=z_n-m\dfrac{f(z_n)}{f'(z_n)} \end{cases} \tag{3}$$

等价。但(3)是Newton—Raphson I·F·迭代两次的结果。故(2)不是新公式。

[2]给出解(1)的相交弦法

$$\begin{cases} y_{n+1}=x_n-\dfrac{f(x_n)}{f[x_n,x_{n-1}]}, \\ x_{n+1}=x_n-\dfrac{f(x_n)}{f[x_n,y_{n+1}]}. \end{cases} \tag{4}$$

其中$f[x,y]$为$f(x)$在x、y两点上的一阶差商$\dfrac{f(x)-f(y)}{x-y}$. 因

$$\begin{aligned} x_n-\frac{f(x_n)}{f[x_n,y_{n+1}]} &= \frac{1}{f(x_n)-f(y_{n+1})}\Big(y_{n+1}f(x_n)-x_nf(y_{n+1})\Big) \\ &= \frac{1}{f(y_{n+1})-f(x_n)}\Big(-y_{n+1}f(x_n)+x_nf(y_{n+1})\Big) \\ &= \frac{1}{f(y_{n+1})-f(x_n)}\Big(y_{n+1}f(y_{n+1})-y_{n+1}f(x_n)-y_{n+1}f(y_{n+1})+x_nf(y_{n+1})\Big) \\ &= y_{n+1}-\frac{f(y_{n+1})}{f[y_{n+1},x_n]}, \end{aligned}$$

故(4)与

$$\begin{cases} y_{n+1}=x_n-\dfrac{f(x_n)}{f[x_n,x_{n-1}]}, \\ x_{n+1}=y_{n+1}-\dfrac{f(y_{n+1})}{f[y_{n+1},x_n]} \end{cases} \tag{5}$$

等价。但(5)实际上是割线I·F·的一种变体(二步拚成一步)。故(4)不是新公式。

参考文献

[1] 吴紫电,计算数学,4:3(1982).
[2] 林群,厦门大学自然学报,第2期(1982).

*1983年8月11日31日收到。