对《Some Notes on Solvability of LPDO》一文的补充

王 元 明

（南京工学院）

文[1]对具重特征的线性偏微分算子

$$L(x, D)=D_1^2+x_1^2D_2^2+pD_2+qD_1+c$$

的局部可解性作了有趣的说明。所得结果表明具重特征的线性偏微分算子中的低阶项对它的局部可解性起着关键的作用。现在我们对更一般的具重特征的偏微分算子给出类似的结论。

考虑算子

$$P(x,D)\equiv D_1^2+a^2x_1^{2k}D_2^2+px_1^{k-1}D_2+qD_1+C$$

其中 k 是奇数，$0<a\in\mathbf{R}$，p,q,c 是复数或是 $L(\omega_0)$ 中的函数，ω_0 是原点的某个邻域。

定理1 若 $|\mathrm{Re}\,p|<ak$ 或者 $\mathrm{Im}\,p\neq 0$，则对任意的 q、c，算子 P 是局部可解的。

从[2]中我们知道，算子 $D_1^2+a^2x_1^{2k}D_2^2+(p+ak)x_1^{k-1}D_2$ 当 $p=0$ 时不是局部可解的，当我们加上低阶项 qD_1+c 后，只要 q、c 满足适当的条件，可使算子

$$P_1(x,D)=D_1^2+a^2x_1^{2k}D_2^2\pm akx_1^{k-1}D_2+qD_1+c$$

局部可解。

定理2 若 $\mathrm{Re}\left(-\frac{q^2}{4}+c\right)>0$ 或 $\mathrm{Im}\left(-\frac{q^2}{4}+c\right)\neq 0$，则算子 P_1 是局部可解的。

参 考 文 献

[1] Niu Peipin and Lo Xuobo, Some Notes on Salvability of LPDO, J. M. R. E. vol. 3 No. 1, (1983), 127—129.

[2] Gilioli, A. and Treves, F., An Example in Solvability Theory of Linear PDES, *Amer. J. of Math*, vol. 96, No. 2, 366—384

* 1993 年6月30日收到.