

乘积图 $T_{l_1 l_2 l_3} \times P_n$ 的带宽*

麦结华

罗海鹏

(广西大学)

(广西计算中心)

求一般图甚至求一般树的带宽问题已被证明属于 NP-完全问题。目前仍只有一些较简单的图类的带宽已被求出,其中有一些是关于乘积图的。设 P_n , C_n 及 K_n 分别为 n 个顶点的路,圈及完全图, J. Chvátalová 等人求出了 $P_m \times P_n$ 及 $P_m \times C_n$ 的带宽,李乔等人求出了 $C_m \times C_n$ 的带宽,罗海鹏求出了 $K_m \times P_n$ 及 $K_m \times C_n$ 的带宽,麦结华等人求出了 $K_m \times K_n$ 的带宽。更复杂一些的图的乘积的带宽问题则仍难于解决。因此,我们尝试解决一个较简单的树 $T_{l_1 l_2 l_3}$ 与路 P_n 的乘积的带宽的问题。

所谓树 $T_{l_1 l_2 l_3}$ 乃是同时从树根出发的长分别为 l_1 , l_2 及 l_3 的三条路所组成的树形图。不妨假定 $l_1 \geq l_2 \geq l_3 \geq 0$ 。我们的结论是

$$B(T_{l_1 l_2 l_3} \times P_n) = \min\{n, l_1 + l_2 + 1\} + \min\{n, l_3\}.$$

这里 $B(G)$ 表示图 G 的带宽。

J. Chvátalová 关于两条路乘积的带宽的结果是我们结论的一个特例:当 $l_3 = 0$ 且 $l_1 + l_2 + 1 = m$ 时,树形图 $T_{l_1 l_2 l_3}$ 退化为路 P_m 。根据我们的结论可推出 $B(P_m \times P_n) = \min\{n, m\}$, 这就是 J. Chvátalová 于 1975 年得到的结果。

*1983年11月30日收到。推荐者:杨安洲(北京工业大学)。