方程 $\begin{cases}\dot{x}=-y+\delta x+mxy-y^2\\ \dot{y}=x(1+ax)\end{cases}$ 的极限环集中分布问题*

叶佰英

(长沙，中南矿冶学院)

关于系统

$$\dot{x}=-y+\delta x+mxy-y^2,\quad \dot{y}=x(1+ax)$$

的极限环集中分布问题，我在"二次系统Ⅱ类方程极限环的分布"（本刊，1983年第4期）一文中得到的结果实际上已经解决了这一问题，由于当时判断有误，没有发现这一点，认为"还不能把[4]中得到的两个区间连接起来"。

将文中(7)式的(i)应用于(8′)，得

$$-\frac{-2m\delta+2\delta^2}{m-2\delta}\leqslant\frac{m^2}{4a}.$$

不妨设 $\delta<\frac{m}{2}$，则

$$4a(2m\delta-2\delta^2)\geqslant m^2(m-2\delta),\ \text{即}\ 8a\delta^2-(8am+2m^2)\delta+m^3\leqslant 0,\ \text{得}$$

$$\frac{m}{2}+\frac{m^2+m\sqrt{m^2+16a^2}}{8a}\leqslant\delta<\frac{m}{2}.$$

由于 $$\left(\frac{m}{2}+\frac{m^2+m\sqrt{m^2+16a^2}}{8a}\right)-\left(\frac{m}{2}+\frac{m^2}{2a}\right)=\frac{m}{8a}\left(\sqrt{m^2+16a^2}-3m\right),$$

而 $$\left(\sqrt{m^2+16a^2}\right)^2-(3m)^2=16a^2-8m^2>16m^2-8m^2>0,\ \text{故}$$

$$\frac{m}{2}+\frac{m^2+m\sqrt{m^2+16a_2}}{8a}<\frac{m}{2}+\frac{m^2}{2a}.$$

于是

$$\left[\frac{m}{2}+\frac{m^2}{2a},\ \frac{m}{2}\right)\subset\left[\frac{m}{2}+\frac{m^2+m\sqrt{m^2+16a^2}}{8a},\ \frac{m}{2}\right).$$

因此，系统在不同焦点外围不可能同时出现极限环，从而完全解决了这一问题。

*1984年2月9日收到