

美国 Tom M. Apostol 的《微积分》和美国 Ellis 和 Gulick 的《微积分与解析几何》评介

陆传务 魏尧生

(华中工学院)

任何时代的教学内容总是随着文化科学的发展而不断更新的。我国由于“文革”，文化科学的发展几乎停滞了十多年。因此，大学中，特别是理工科院校中，教学内容的现代化便成为当前教学改革的一个刻不容缓的重要内容。而高等数学的教学内容当然也不例外，这是因为教学内容现代化是个总体概念，它不是单独一门课程的任务，但又必须在每门课程中有所体现。

20世纪数学的一个重要特征是多元函数的研究和应用得到了巨大的发展，反映在微积分的教学上是多元函数的教学内容和讲法有了显著的变化。这主要表现在两个方面，即分析与代数的紧密结合。例如，把函数主要看作映射，函数的记号 f 与函数值的记号 $f(x)$ 区别开来，函数 f 与 g 的复合记为 $f \circ g$ ， f 的反函数记为 f^{-1} ，以及求台劳多项式看作是一种算子（这是一种线性算子），等等。这样，代数中有关变换的许多代数性质和运算法则就可直接搬到函数上去，从而从代数的观点丰富了函数的内容。比如有了 f 的反函数记号 f^{-1} ，不但对反函数可以进行运算，而且把反函数与复合函数联系起来了 ($f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$)，但旧教材的老讲法，只能对反函数进行描述性的论述，而无法进行运算。可见，这样处理教材内容的好处是明显的。其次一个表现就是分析与拓扑学密切结合。除以集合论为论述提供基本根据外，还引入矢值函数，并以此为工具对图形的变换关系进行了细致的讨论，从而使许多有关多元函数的定理的证法和论述获得了几何直观性和简洁性。

美国的 Tom M. Apostol 的《微积分》(以下简称教材 A) 和 Robert Ellis 和 Denny Gulick 的《微积分与解析几何》(以下简称教材 E) 基本上都具备了上述特点。这两部教材的共同点概括起来有下列几个方面。

一、起点较高，理论性较强。具体表现是：介绍实数理论的基本定理，上、下确界(教材 E 放在附录中)，极限论严格用 $\varepsilon-\delta-N$ 语言。教材 A 还介绍区间套和区间分划的概念。用上、下和定义积分。教材 E 还提到黎曼和的极限。反证法用得很多。

二、引入矢值函数，并以此为工具，讨论多元函数的微积分学，把场论与多元函数的微积分有机地结合起来，叫做数量场和矢量场的微积分学。特别，对多元函数积分中的三个定理(格林公式，斯托克斯定理和发散定理)都赋予物理背景。这样，就便于学生从

直观理解定理和公式的本质，从而也就便于学生记忆和巩固这些知识。

把矢值函数看作是一个从甲图形到乙图形的映射，不但直观明瞭，而且丰富、充实了函数的概念，在此基础上，利用矢值函数讲多元函数积分中的变量代换，引出了J行列式，显得简洁易懂；另外，通过矢值函数还介绍了微分几何的初步知识，而不象其他微积分教材那样，仅仅孤立地介绍曲线的曲率。

把场论与多元函数的微积分有机地结合起来的好处是使多元函数微积分中的重要公式和结论获得了生动形象的物理背景，这样，不但使学生易于记忆这些知识，而且为应用这部分知识打下初步基础。

三、例题和习题联系的面较广，特别是教材A中的习题有一定的难度，有许多题是同类教材中所没有的。例题和习题的数量都比较充分。特别教材E上的例题较多，涉及面较广泛，学生对此很感兴趣，他们的评价是“例子很有启发性”。

四、在有关章节适当介绍一些微积分发展史上的重大事件和有关的数学家，这对于扩大学生的知识面，培养学生对数学的兴趣是有益的，这正如教材A的作者在序言中说的那样，他说“在每个主要的新概念前面，都作了历史性的介绍，追溯这个概念从最早的直观物理形象到它确切的数学表达的发展过程。告诉学生有关这方面过去奋斗的一些情况以及在这方面曾作过最多贡献的学者的胜利情景。这样，学生就会变为观念演变过程中一个积极主动的参与者，而不是成果的一个被动的旁观者”。

五、既重视数学理论又强调应用。教材A的作者在序言中说“把理论性很强的论述同运算技能方面扎实的训练结合起来是可能的。本书企图力争在这两者之间作出有意识的平衡。当把微积分作为一种演绎科学时，本书并不忽视它对物理问题的应用”。例如，这两部教材在矢值函数部分都介绍了天体运动的克普勒三大定律。作者还在序言中表示“要把扎实的计算技巧的训练和浓厚的理论叙述结合起来”。这些精神在两部教材中都有所体现。

六、体系比较新颖，别具一格。教材A的第一卷是单元微积分，开头就用上、下和讲定积分，然后再讲函数的极限、连续性、导数，等等。这种体系是符合微积分的发展史的，学生对此也容易接受。第二卷分三个部分，第一部分叫线性分析，包括线性代数，线性微分方程（组），多元函数的微分学，又叫做数量场和矢量场的微分学。第二部分叫非线性分析，包括多元函数的积分学。第三部分是特殊专题，包括数值分析初步和概率论初步。教材A在线性空间方面充分地联系函数空间，使学生能从代数的角度来进一步理解函数的内容。另外还用线性代数的语言来讨论微分方程（组）的解，把通解与解空间联系起来，等等。这样，就使原来看来似乎是互不相干的许多问题得到了统一。对于微积分内容和叙述方式的现代化，教材的作者是花了功夫的，这正如作者在序言中所说的那样，他说“要尽一切努力传播现代数学的精神，但又不过分强调形式语言”。

教材E是先讲函数、极限、连续、导数等，第二卷的最后一章叫矢量场的微分学，实际上就是多元函数的线积分、面积分和场论的有关内容，以及这些内容的有机结合。另外，有两个附录，即实数理论，上、下确界等，以及微分方程初步，共70面。

这两部微积分教材，在体系和叙述方式上以及深广度和应用等问题上，都处理得别具一格，总的精神是力图把微积分的古典内容现代化。通过我们初步的教学实践，这种处理

方法看来是成功的。

当然，这两部教材也有不足之处。其一是总的篇幅过大，有些内容偏多，而有些内容又偏少，这些情况都不适合我国当前大学中高等数学教学的具体情况。教材A共两卷，计1340面，是美国麻省理工学院高材生的一种微积分教材，在内容上比我国现行工科的微积分教材深得多，但比理科的数学分析教材又浅些；教材E也是两卷，计1100面，是美国马里兰大学的一种微积分教材，其中解析几何占了一定的篇幅，如不讲附录中的实数理论，则在内容上就比我国现行的工科微积分教材浅了，且微分方程的内容太少。这两部教材都缺三角级数。

其二，在写法上，这两部教材都是第二卷比第一卷写得好。教材A的第一卷中用积分来定义对数函数，然后用积分来讨论指数函数、三角函数和反三角函数。这种写法反而把问题复杂化了，大可不必。教材E的第一卷中把解析几何与微积分混在一起讲，这样必然思路不清，这种写法显然也是不可取的。



欢迎订阅《工科数学》

《工科数学》是以推动工科数学教学改革。提高高等工科学校数学教学水平，致力于高等工科院校学生数学能力的培养，探讨工科数学教学为国民经济服务问题为主要宗旨的学术性与普及性结合的全国性刊物。这个刊物是由教育部批准和委办，全国高等工科学校数学教材编审委员会主编的。

《工科数学》的主要内容有：介绍国内外有关工科数学教学改革的动态，经验和成果方面的文章；有关对国内外有影响的工科数学教材介绍，评论等方面的文章；有关数学教学改革的见解，不同观点争鸣的文章；有关工科数学教学为工程技术服务的经验、成果的文章；有关启迪工科院校青年教师结合教学开展科学的研究的指导性文章；有关培养工科学校学生解题能力和写作能力的指导性文章；有引起学习数学兴趣的教学随笔和数学史话的文章等等。

《工科数学》栏目多样，内容新颖，针对性和实用性强，创刊后深受广大读者欢迎。为了满足广大读者的需要，从一九八五年起，扩大版面，印数和发行范围，欢迎订阅，敬请广为宣传。愿为本刊代办发行者，酌情给予酬劳。

本刊为季刊，全年四期，一次订阅，每期在季末一月的中旬发行，鉴于版面增加，加之纸张印刷价格调整，本刊从一九八五年起，每期收工本费0.52元，邮寄费0.66元，如需挂号邮寄费收0.12元。需订阅者，请将款汇至合肥工业大学本刊编辑部，若银行汇款，请注明汇寄合肥工业大学内，《工科数学》编辑部，账号为合肥市支行1127166。款项请勿随信寄出，以免丢失，一九八五年订阅截止时间为一九八五年二月底。为满足读者需要可破期订阅。

《工科数学》编辑部