第5卷 第3期 1985年7月
数学研究与评论
JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION
Vol.5 No.3 July, 1985

映射族诱导的邻近格与半一致格*

胡适耕

(华中工学院)

我们在[1]与[2]中初步讨论了邻近格与半一致格，本文继续这一工作。本文保持[1]与[2]的记号及对格与映射所作的基本假定，但加＊号的结论需用到以下附加条件[3]：

1° 所论的格如X上定义了分子集M：$0\overline{\in}M$；$\forall a\in X$：$a=\vee\{x\in M|x\leqslant a\}$；$x\in M$，$x\leqslant a\vee b\Rightarrow x\leqslant a$或$x\leqslant b$。

2° 所涉及的映射f：$X\to Y$映X中的分子为Y中的分子。

本文通篇考虑映射族$\{f_t:X\to X_t\}_{t\in T}$，$X_t$上定义了某种(同类的)结构。从拓扑结构理论通常的观点看来，以下定义是合适的：

定义1 1° 设$\{X_t\}$是一族闭包格。称格X上的闭包$\bar{a}$ $(a\in X)$由映射族$\{f_t\}$导出，若$\bar{a}$是X上使每个f_t连续的最大闭包。

2° 设$\{(X_t, \lambda_t)\}$ ($\{(X_t, \mu_t)\}$)是一族Λ-格[1](半一致格)。称格X上的Λ-结构λ(半一致μ)由映射族$\{f_t: X\to(X_t, \lambda_t)\}$($\{f_t: X\to(X_t, \mu_t)\}$)导出，若$\lambda(\mu)$是$X$上使每个$f_t$ Λ-连续(一致连续)的最大Λ-结构(最小半一致结构)。

有关(映射族)导出结构的基本问题是：

Ⅰ 导出结构是否存在？(存在时显然唯一)

Ⅱ X_t中的结构所具有的性质(如紧性，全有界性，完备性，满足“LO-条件”等等)是否为导出结构保持？

Ⅲ 若两类结构同时定义在每个X_t上且彼此相容(闭包$\bar{a}$与半一致μ相容意指μ导出$\bar{a}$，半一致μ与邻近δ相容意指μ导出δ，等等)，X上的两个导出结构是否亦相容？

关于导出结构的一个好的定义应使上述问题有较肯定的解答。

定理1 1° 对于分配闭包(即满足$\overline{a\vee b}=\bar{a}\vee\bar{b}$者)、Čech闭包与Kuratowski闭包这三种情况，问题Ⅰ有解且导出闭包决定于公式：

$$\bar{a}=\wedge\left\{\bigvee_{i=1}^{n}f_{t_i}^{-1}\bar{a}_i|a\leqslant\bigvee_{i=1}^{n}f_{t_i}^{-1}a_i,\ a_i\in X_{t_i},\ \{t_i\}\subset T,\ n\in\omega\right\}.\quad(a\in X).$$

*2° 若在一个Čech闭包格中定义分子x的重域系[4]为$Q(x)=\{a|x\not\leqslant a^{0\prime}\}$，则当每个$X_t$是Čech闭包格时，对$X$中任一分子$x$，导出闭包决定的重域系$Q(x)$有子基$\bigcup_t f_t^{-1}B_t$，其中$B_t$

*1982年11月8日收到。

是$Q(f_t x)$的某一子基。若$\{x_s\}_{s\in S}$是X中的分子网，x是分子，则$x_s\to x\Leftrightarrow\forall t\in T$：$f_t x_s\to f_t x$。此处$x_s\to x$定义为$\forall a\in Q(x)$，$\exists s_0\in S$，$\forall s\geqslant s_0$：$a\in Q(x_s)$。

3° 若每个X_t是拓扑格，T_t是其开元集，则$\bigcup_t f_t^{-1}T_t$是X上的导出拓扑的子基。

证明可依通常处理积拓扑的方式仿制。

定理2　设$\{(X_t,\ \mu_t)\}$是一族半一致格。

1° X上由$\{f_t\}$导出的半一致μ由子基$\beta=\bigcup_t f_t^{-1}\mu_t$生成($\beta$可代之以任何$\bigcup_t f_t^{-1}\beta_t$，$\forall t$：$\beta_t$是$\mu_t$之子基)。

2° $\forall t$：μ_t是全有界的(有限生成的，是一致)$\Rightarrow\mu$是全有界的(有限生成的，是一致)。

*3° 若μ_t与μ都是有开基的，则μ与X上由$\{f_t\}$导出的拓扑相容。

证　1° 与2° 的证明是直接的。

3° 在所述条件下$(X_t,\ \mu_t)$与$(X,\ \mu)$都是拓扑格，且可证对任何分子$x_t\in X_t$，$x\in X$，x_t与x的重域即邻域，$\mu\langle x\rangle=\{A\langle x\rangle\mid A\in\mu\}$是$x$的邻域基，其中$A\langle x\rangle=\bigvee\{a\in A\mid x\not\leqslant a'\}$；类似地，$\mu_t\langle x_t\rangle$是$x_t$的邻域基。令$x_t=f_t x$，要证$\mu$在$X$上导出的拓扑重合于$X$上由$\{f_t\}$导出的拓扑，只须证$B^*\vdash\mu\langle x\rangle\vdash B=\bigcup_t f_t^{-1}\mu_t\langle x_t\rangle$。

a) $\mu\langle x\rangle\vdash B$或即$A\in\mu_t\Rightarrow(f_t^{-1}A)\langle x\rangle\leqslant f_t^{-1}(A\langle x\rangle)$。因$\forall a\in A$：$x\not\leqslant(f_t^{-1}a)'\Rightarrow x_t\not\leqslant a'$，以上不等式成立。

b) $B^*\vdash\mu\langle x\rangle$.设$A\in\mu$，取$D=\bigwedge_{i=1}^{n}f_{t_i}^{-1}A_i\prec A$，$A_i\in\mu_{t_i}$。今证$\bigwedge_{i=1}^{n}f_{t_i}^{-1}(A_i\langle x_{t_i}\rangle)\leqslant A\langle x\rangle$。设$a_i\in A_i$，$x_{t_i}\not\leqslant a_i'$ $(1\leqslant i\leqslant n)$。则$x\not\leqslant\bigvee_{i=1}^{n}f_{t_i}^{-1}a_i'=\left(\bigwedge_{i=1}^{n}f_{t_i}^{-1}a_i\right)'=d'$，$d\in D$.取$a\in A$：$d\leqslant a$，于是$x\not\leqslant a'$，$d\leqslant a\leqslant A\langle x\rangle$。

考虑到我们在[2]中建立的半一致与接近及逼近之间的联系，我们有

推论1　设$\{(X_t,\ \nu_t)\}$是一族接近格，μ是X上由映射族$\{f_t:\ X\to(X_t,\ d\nu_t)\}$导出的半一致，则$\nu=d\mu$是$X$上由映射族$\{f_t:\ X\to(X_t,\ \nu_t)\}$导出的接近；若每个$\nu_t$是$C$-接近[2]，则$\nu$亦然。

推论2　设$\{(X_t,\ \xi_t)\}$是一族逼近格，μ_t是X_t上导出ξ_t的最小半一致，μ是X上由映射族$\{f_t:\ X\to(X_t,\ \mu_t)\}$导出的半一致，则$\xi=\xi_{d\mu}$是$X$上由映射族$\{f_t:\ X\to(X_t,\xi_t)\}$导出的逼近。

定义2　称闭包格X是紧的[1]，若对X中每一滤基A：$\mathrm{adh}A=\bigwedge\bar{A}\neq 0$；称半一致格$(X,\mu)$是完备的，若对$X$中每一Cauchy滤基$A$(即$\forall B\in\mu$，$\exists b\in B$：$A\vdash b$)：$\mathrm{adh}A\neq 0$；称$(X,\mu)$是网完备的，若$X$中每一Cauchy分子网收敛(分子网$\{x_s\}_{s\in S}$是Cauchy的，若$A=\{\bigvee_{s'\geqslant s}x_{s'}\mid s\in S\}$是Cauchy滤基)。

注　不难直接看出以下事实：X是紧(完备)的$\Leftrightarrow$对X中每一超滤子(Cauchy超滤子)A：$\mathrm{adh}A\neq 0$；$\{x_s\}_{s\in S}$是Cauchy网$\Leftrightarrow\forall B\in\mu$，$\exists b\in B$，$\exists s_0\in S$，$\forall s\geqslant s_0$：$x_s\leqslant b$。可以证明，在有开基的一致格中，完备性与网完备性重合。

***定理3**　设$\{X_t\}$是一族紧的分配闭包格$\{(X_t,\mu_t)\}$是一族完备半一致格，一族网完备半一致格)，若对任一族分子$\{x_t\mid x_t\in X_t,t\in T\}$存在分子$x\in X$，$\forall t$：$f_t x\leqslant x_t$，则导出闭包格$X$(导出半一致格$(X,\mu)$)是紧的(完备的，网完备的)。对(网)完备性要求$\mu$与$X$中由$\{f_t\}$导出的闭包相容。

证 首先指出，若A是(X, μ)中的Cauchy滤基，则$\forall t$：$f_t A$是(X_t, μ_t)中的Cauchy滤基：任取$B \in \mu_t$，于是$f_t^{-1}B \in \mu$，存在$b \in B$：$A \vdash f_t^{-1}b$，因此$f_t A \vdash f_t f_t^{-1} b \leqslant b$。由此推出，若$\{x_s\}_{s \in S}$是$(X, \mu)$中的Cauchy网，则$\{f_t x_s\}_{s \in S}$是$(X_t, \mu_t)$中的Cauchy网。

1° 任取X中的超滤子((X, μ)中的Cauchy超滤子)A。由X_t的紧性((X_t, μ_t)的完备性)，存在分子$x_t \in X_t$：$x_t \leqslant \mathrm{adh} f_t A$。取分子$x \in X$，使得$\forall t$：$f_t x \leqslant x_t$。任取$a \in A$，设$a \leqslant \bigvee_{i=1}^{n} f_{t_i}^{-1} a_i$，$a_i \in X_{t_i}$，$\{t_i\}_1^n \subset T$。因$A$是超滤子，故$\exists i$：$f_{t_i}^{-1} a_i \in A$，于是

$$x \leqslant f_{t_i}^{-1} f_{t_i} x \leqslant f_{t_i}^{-1} x_{t_i} \leqslant f_{t_i}^{-1} \overline{f_{t_i} f_{t_i}^{-1} a_i} \leqslant f_{t_i}^{-1} \bar{a}_i \leqslant \bigvee_{i=1}^{n} f_{t_i}^{-1} \bar{a}_i$$

由定理1，$x \leqslant \bar{a}$，从而$x \leqslant \mathrm{adh} A$，$\mathrm{adh} A \neq 0$。

2° 设每个(X_t, μ_t)网完备，$\{x^s\}_{s \in S}$是(X, μ)中的Cauchy分子网，于是$\forall t$：$\{f_t x^s\}_{s \in S}$是(X_t, μ_t)中的Cauchy网。设$\forall t$：$f_t x^s \to x_t$，$x_t \in X_t$是分子。取分子$x \in X$，$\forall t$：$f_t x \leqslant x_t$，则$\forall t$：$f_t x^s \to f_t x$，由定理1，$x^s \to x$，(X, μ)是网完备的。

注 易见定理3包含了经典的Tychonoff定理及积一致空间的完备性定理，也包含了有限个因子的模糊积拓扑空间的Tychonoff定理。从定理3的条件看来容易理解对无限个因子的模糊积拓扑空间Tychonoff定理何以不真[5]。在稍不同的条件下，我们对映射族诱导的拓扑分子格证明了一个Tychonoff定理的推广[6]。

定理2解决了映射族导出的半一致、接近与逼近的存在问题。但通过半一致得到的导出逼近其构造并不清楚，我们宁愿用一个不依赖于半一致的直接构造法，它是从[7]处理积邻近的方法得到启发的。

定理4 设$\{(X_t, \xi_t)\}$是一族逼近格，ξ是X上由映射族$\{f_t: X \to (X_t, \xi_t)\}$导出的逼近。

1° $\forall \{a_i\}_{i=1}^n \subset X$：$\{a_i\} \in \xi \Leftrightarrow$若$a_i \leqslant \bigvee_{j=1}^{m_i} a_{ij} (1 \leqslant i \leqslant n)$，则存在$(j_1, j_2, \cdots, j_n)$，$\forall t$：$\{f_t a_{ij_i}\}_{i=1}^n \in \xi_t$。

2° ξ与X上由$\{f_t\}$导出之闭包相容。

3° $\forall t$：$\xi_t \in RI(LO) \Rightarrow \xi \in RI(LO)$。

证 1° 定义ξ^*：$\{a_i\}_{i=1}^n \in \xi^* \Leftrightarrow$若$a_i \leqslant \bigvee_{j=1}^{m_i} a_{ij}$，则存在$(j_1, j_2, \cdots, j_n)$，$\forall t$：$\{f_t a_{ij_i}\}_{i=1}^n \in \xi_t$。

a) 验证ξ^*满足[1]中所述接近公理C_1—C_4。显然$A \in \xi^* \Rightarrow 0 \bar{\in} A$。若$\bigwedge_{i=1}^n a_i \neq 0$，$a_i \leqslant \bigvee_{j=1}^{m_i} a_{ij} (1 \leqslant i \leqslant n)$，则$\bigwedge_{i=1}^n \bigvee_{j=1}^{m_i} a_{ij} = \bigvee_{(j_1, \cdots, j_n)} \bigwedge_{i=1}^n a_{ij_i} \neq 0$，于是有一组$(j_1, j_2, \cdots, j_n)$：$\bigwedge_{i=1}^n a_{ij_i} \neq 0$，更有$\bigwedge_{i=1}^n f_t a_{ij_i} \neq 0$，$\{f_t a_{ij_i}\}_{i=1}^n \in \xi_t (t \in T)$，$\{a_i\}_{i=1}^n \in \xi^*$。容易验证，若$A \in \xi^*$，则$A$的非空子集亦属于$\xi^*$，将$A$中的元重复考虑时也属于$\xi^*$。设$\{a_i\}_{i=1}^n \in \xi$，$\{a_i\}_{i=1}^n \vdash \{b_i\}_{i=1}^m$，由上面的说明，可设$m = n$且$a_i \leqslant b_i$，于是当$b_i \leqslant \bigvee_j b_{ij}$时有$a_i \leqslant \bigvee_j b_{ij} (1 \leqslant i \leqslant n)$，由此易见$\{b_i\} \in \xi^*$。最后证$\{a_i\}_{i=1}^n \bar{\in} \xi^*$，$\{b_j\}_{j=1}^m \bar{\in} \xi^* \Rightarrow \{a_i \vee b_j\}_{ij} \bar{\in} \xi^*$。设$a_i \leqslant \bigvee_{k=1}^{K_i} a_{ik}$，$b_j \leqslant \bigvee_{l=1}^{L_j} b_{jl}$ $(1 \leqslant i \leqslant n, 1 \leqslant j \leqslant m)$，任给$\sigma = (k_1, k_2, \cdots, k_n)$，$s = (l_1, l_2, \cdots, l_m)$，存在$t_\sigma$，$t_s$：$\{f_{t_\sigma} a_{ik_i}\}_{i=1}^n \bar{\in} \xi_{t_\sigma}$，$\{f_{t_s} b_{jl_j}\}_{j=1}^m \bar{\in} \xi_{t_s}$。令$C_{ij} = \{a_{i1}, \cdots a_{iK_i}, b_{j1}, \cdots b_{jL_j}\}$，则$a_i \vee b_j \leqslant \vee C_{ij}$。任取$mn$个元$\{c_{ij}\}_{ij}$，$c_{ij} \in C_{ij}$。则$\{c_{ij}\}$中至少有$n$个形如$a_{ik}$的元(或至少有$m$个形如$b_{jl}$的元)，它们可

写成：a_{1k_1}，$a_{2k_2}\cdots a_{nk_n}$。令$\sigma=(k_1, k_2\cdots k_n)$，则$\{f_{t_\sigma}a_{ik_i}\}_{i=1}^n\widetilde{\in}\xi_{t_\sigma}$，更有$\{f_{t_\sigma}c_{ij}\}_{ij}\widetilde{\in}\xi_{t_\sigma}$，$\{a_i\vee b_j\}_{ij}\widetilde{\in}\xi^*$得证。因此$\xi^*$是$X$上的逼近。

b) $\xi=\xi^*$。易见$\forall t$：f_t：$(X, \xi^*)\to(X_t, \xi_t)$ C-连续，故$\xi^*\subset\xi$。任取$\{a_i\}_{i=1}^n\in\xi$，设$a_i\leqslant\bigvee_{j=1}^{m_i}a_{ij}=b_i(1\leqslant i\leqslant n)$，对任一组$(j_1, j_2, \cdots, j_n)$，令$A_{j_1\cdots j_n}=\{a_{ij_i}\}_{i=1}^n$。则$\{b_i\}_{i=1}^n\in\xi$，$\{b_i\}_{i=1}^n\vdash\bigvee_{(j_1,j_2,\cdots,j_n)}A_{j_1,j_2,\cdots,j_n}\in\xi$，于是有某个$A_{j_1,j_2\cdots j_n}\in\xi$，从而$\forall t$：$f_tA_{j_1j_2\cdots j_n}\in\xi_t$，此即表明$\{a_i\}_{i=1}^n\in\xi^*$，可见$\xi\subset\xi^*$。

2° $\forall a\in X$，分别以$\bar{a}$与$\bar{a}^\xi$记$\{f_t\}$导出的闭包与ξ导出的闭包。因C-连续包含连续，故$\bar{a}\geqslant\bar{a}^\xi$。要证者$\bar{a}\leqslant\bar{a}^\xi=\wedge\{b\in X|\{a, b'\}\widetilde{\in}\xi\}$。设$a\leqslant\bigvee_{i=1}^n a_i$，$b'\leqslant\bigvee_{j=1}^m b_j$，$\forall i,j,\exists t_{ij}$：$\{f_{t_{ij}}a_i, f_{t_{ij}}b_j\}\widetilde{\in}\xi_{t_{ij}}$，则

$$\bar{a}\leqslant\bigvee_i\bar{a}_i\leqslant\bigvee_i\bigwedge_j f_{t_{ij}}^{-1}f_{t_{ij}}\bar{a}_i\leqslant\bigvee_i\bigwedge_j f_{t_{ij}}^{-1}\overline{f_{t_{ij}}a_i}$$
$$\leqslant\bigvee_i\bigwedge_j f_{t_{ij}}^{-1}(f_{t_{ij}}b_j)'\leqslant\bigvee_i\bigwedge_j b_j'=(\bigvee_j b_j)'\leqslant b$$

可见$\bar{a}\leqslant\bar{a}^\xi$，$\bar{a}=\bar{a}^\xi$得证。

3° 设$\forall t$：$\xi_t\in RI(\mathrm{LO})$，$\bigwedge_{i=1}^n\bar{a}_i\neq0(\{\bar{a}_i\}_{i=1}^n\in\xi)$，$a_i\leqslant\bigvee_{j=1}^{m_i}a_{ij}$，则存在$(j_1, j_2, \cdots j_n)$：$\bigwedge_{i=1}^n\bar{a}_{ij_i}\neq0(\{\bar{a}_{ij_i}\}_{i=1}^n\in\xi)$，于是$\forall t$：$f_t(\bigwedge_{i=1}^n\bar{a}_{ij_i})\leqslant\bigwedge_{i=1}^n f_t\bar{a}_{ij_i}\leqslant\bigwedge_{i=1}^n\overline{f_ta_{ij_i}}\neq0$ $(\{\overline{f_ta_{ij_i}}\}_{i=1}^n\in\xi_t)$，因此$\forall t$：$\{f_ta_{ij_i}\}_{i=1}^n\in\xi_t$，$\{a_i\}_{i=1}^n\in\xi$，$\xi\in RI(\mathrm{LO})$得证。

推论　若μ是X上由映射族$\{f_t: X\to(X_t, \mu_t)\}$导出的半一致，其中$\mu_t$是$X_t$上有开基的有限生成半一致，则$\mu$与$X$上由$\{f_t\}$导出的拓扑相容，且$\mu^\circ\subset\mu$。对偶地，若$\nu$是$X$上由映射族$\{f_t: X\to(X_t, \nu_t)\}$导出的接近，其中$\nu_t$是$X_t$上LO的$C$-接近，则$\nu$与$X$上由$\{f_t\}$导出的拓扑相容，且$\nu\in\mathrm{LO}$。

证　令$\xi_t=\xi_{\nu_t}$，设ξ是X上由映射族$\{f_t: X\to(X_t, \xi_t)\}$导出的逼近，$\nu^*$是$X$上导出$\xi$的唯一$C$-接近[2]，则$\forall t$：$\xi_t\in\mathrm{LO}$，$\xi\in\mathrm{LO}$，$\nu^*\in\mathrm{LO}$，$\nu^*$与$X$上由$\{f_t\}$导出的拓扑相容。要证者，$\nu=\nu^*$。因$\forall t$，$f_t$：$(X, \xi)\to(X_t, \xi_t)$ C-连续$\Rightarrow\forall t$，f_t：$(X, \nu^*)\to(X_t, \nu_t)$ N-连续，故$\nu^*\subset\nu$。另一方面，$\forall t$，f_t：$(X, \nu)\to(X_t, \nu_t)$ N-连续$\Rightarrow\forall t$，f_t：$(X, \xi_\nu)\to(X_t, \xi_t)$ C-连续，故$\xi_\nu\subset\xi$。因ν^*是C-接近，故$\nu\subset\nu^*$。

用与定理4的证明相类似的方法（更简单些）可以证明

定理5　设$\{(X_t, \delta_t)\}$是一族邻近格，则

1° X上由映射族$\{f_t: X\to(X_t, \delta_t)\}$导出之邻近$\delta$存在，且$\forall a, b\in X$：$a\delta b\Leftrightarrow$若$a\leqslant\bigvee_{i=1}^n a_i$，$b\leqslant\bigvee_{j=1}^m b_j$，则$\exists i$，$j$，$\forall t$：$(f_ta_i)\delta_t(f_tb_j)$。

2° δ与X上由$\{f_t\}$导出之闭包相容。

3° $\forall t$：$\delta_t\in RI(\mathrm{LO, EF})\Rightarrow\delta\in RI(\mathrm{LO, EF})$。

推论　设δ_t，ξ_t分别是X_t上的邻近与逼近，δ, ξ分别是X上由$\{f_t: X\to(X_t, \delta_t)\}$与$\{f_t: X\to(X_t, \xi_t)\}$导出的邻近与逼近。若$\forall t$：$\delta_t$与$\xi_t$相容，则$\delta$与$\xi$相容。

证 因$\forall t$，f_t：$(X, \xi)\to(X, \xi_t)C$-连续$\Rightarrow\forall t$，f_t：$(X, \delta_\xi)\to(X_t, \delta_t)P$-连续，故$\delta_\xi\subset\delta$。另一方面，若$a\delta b$，$a\leqslant\bigvee_{i=1}^{n}a_i$，$b\leqslant\bigvee_{j=1}^{m}b_j$，则$\exists i, j$，$\forall t$：$\{f_ta_i, f_tb_j\}\in\delta_t\subset\xi_t$，于是$\{a, b\}\in\xi$，因此$\{a, b\}\in\delta_\xi$，即$\delta\subset\delta_\xi$，$\delta$与$\xi$相容得证。

最后，让我们将本文结论综合一下。对于Čech闭包，半一致、接近、邻近与逼近，问题Ⅰ有肯定解答，问题Ⅱ得到部分解答。问题Ⅲ比较复杂。以上5种结构有10种组合，对于"半一致-接近"，"逼近-闭包"，"邻近-闭包"及"邻近-逼近"这四种组合，导出结构的相容性问题分别由定理2，定理4与定理6解决。对于"半一致-闭包"与"接近-闭包"这两种组合，相容性问题只在较特殊的情况下解决（定理2，定理4之推论）。容易看出，定理2中所用的方法用于Boole代数，可使这一问题获彻底解决。似乎可以期望，对一般分子格，答案也是肯定的。详细讨论其它四种组合是困难的，即使对邻近空间与半一致空间这样的特殊情形亦导致很复杂的研究[8]，本文无法深入。

参考文献

[1] 胡适耕，格上的邻近、逼近与接近结构，华中工学院学报，5(1982)，1—6.
[2] ————，格上的半一致结构，华中工学院学报，1(1984)，7—12.
[3] 王国俊，拓扑分子格(Ⅰ)，陕西师大学报(自然科学学版)，6(1979)，1—15.
[4] 蒲保明，刘应明，不分明拓扑学Ⅰ—不分明点的邻近构造与Moore—Smith式收敛，四川大学学报，1(1977)，31—50.
[5] Goguen, J. A., The fuzzy Tychonoff theorem, *J. Math. Anal. Appl*, 43(1973), 734—742.
[6] 胡适耕，映射族诱导的拓扑分子格.华中工学院学报，4(1983)，9—12.
[7] Leader, S., On products of proximity spaces, *Math. Ann.* 154(1964), 185—194.
[8] Stevenson, F.W., Product proximities, *Fund. Math.* 76(1972) 157—166.

Proximity Lattices and Semi-uniform Lattices Induced by Mapping Families

Hu Shigeng

Abstact

In this paper we introduce the concept of a proximity (resp. contiguity. nearness and semi-.uniformity) on a lattice induced by a family of mappings and prove a number of theorems. These results may be regarded as generalizations of certain classical theorems and they can be applicable to fuzzy topology.