m 型 Fuzzy 集(m>2)的表现定理*

曹 伟

(宁夏大学数学系)

本文是[1]的继续，给出了高型 **Fuzzy** 集的表现定理的一种新形式。

定义 1 设 $A\in\mathscr{F}_m(U),\forall x,x_1,\cdots x_{m-2},\lambda\in[0,1]$，称集合$\{u\mid\mu_{\mu\cdots\mu_{A(u)}}(x)>\lambda,u\in U\}$为 A 的关于 $x,x_1,\cdots,x_{m-2}$ 的 λ 开截集，记为 $A_{(x,\cdots,x_{m-2},\underset{\cdot}{\lambda})}$。

定义 2 设 $A\in\mathscr{F}_m(U),\lambda,\beta_0,\beta_1,\cdots,\beta_{m-1},\beta_m\in[0,1]$，且 $0=\beta_0\leqslant\beta_1\leqslant\beta_2\leqslant\cdots\leqslant\beta_{m-1}\leqslant\beta_m=1$，称集合$\{u\mid\bigvee\limits_{\beta_{i-1}\vee x\leqslant\beta_i}\mu_{\mu\cdots\mu_{A(u)}}(x)>\lambda,u\in U\}$为 A 的 $\beta_i\lambda$—i 次开截集，记为 $A_i(\beta_i,\underset{\cdot}{\lambda})\cdot(i=1,2,\cdots m)$。

定理 1 设 A 是一个凸 m 型 **Fuzzy** 集，则对 $\forall x,x_1,\cdots,x_{m-2}\in[0,1]$，有 $\underset{\sim}{A}=\bigcup\limits_{\lambda\in[0,1]}(\lambda A_1(\beta_1,\underset{\cdot}{\lambda})\cap A_2(\beta_2,\underset{\cdot}{\lambda})\cap\cdots\cap A_m(\beta_m,\underset{\cdot}{\lambda}))$，即 $\mu_{\mu\cdots\mu_{A(u)}}(x)=\bigvee\limits_{\lambda\in[0,1]}[\lambda\wedge\chi_{A_1(\beta_1,\underset{\cdot}{\lambda})}(u)\wedge\chi_{A_2(\beta_2,\underset{\cdot}{\lambda})}(u)\wedge\cdots\wedge\chi_{A_m(\beta_m,\underset{\cdot}{\lambda})}(u)]$。

定理 2 设 $H_i:[0,1]\to\mathscr{P}(U),\lambda\to H_{i(\lambda)}$ 满足对 $\forall\lambda\in[0,1]$ 有 $A_i(\beta_i,\underset{\cdot}{\lambda})\subseteq H_{i(\lambda)}\subseteq A_i(\beta_i,\lambda),(i=1,2,\cdots m)$，则 1) $\underset{\sim}{A}=\bigcup\limits_{\lambda\in[0,1]}(\lambda H_{1(\lambda)}\cap H_{2(\lambda)}\cap\cdots\cap H_{m(\lambda)}$；2) 由 $\lambda_1<\lambda_2\Rightarrow H_{i(\lambda_1)}\supseteq H_{i(\lambda_2)}$；3) $A_i(\beta_i,\alpha)=\bigcap\limits_{\lambda<\alpha}H_{i(\lambda)}$，$A_i(\beta_i,\underset{\cdot}{\lambda})=\bigcup\limits_{\lambda>\alpha}H_{i(i)}$ $(i=1,2,\cdots m)$。

定义 3 令 $H_i:[0,1]\to\mathscr{P}(U),\lambda\to H_{i(\lambda)}$，若由 $\lambda_1<\lambda_2\Rightarrow H_{i(\lambda_1)}\supseteq H_{i(\lambda_2)}(i=1,2,\cdots m)$，则称 H_i 为集合套。全体集合套组成的类记为 $\mathscr{U}(U)$。

定理 3 令 $T:\mathscr{U}(U)\to\mathscr{F}_m(U),H_i\to T(H_i)=\underset{\sim}{A}=\bigcup\limits_{\lambda\in[0,1]}(\lambda H_{1(\lambda)}\cap H_{2(\lambda)}\cap\cdots\cap H_{m(\lambda)})$，则 1) T 是 $\mathscr{U}(U)$ 到 $\mathscr{F}_m(U)$ 的同态满射：$\mathscr{U}(U)\underset{\sim}{T}\mathscr{F}_m(U)$，即 T 是 $\mathscr{U}(U)$ 到 $\mathscr{F}_m(U)$ 的满射，且满足 $T(\bigcap\limits_{\gamma\in\Gamma}H_{i\gamma})=\bigcap\limits_{\gamma\in\Gamma}T(H_{i\gamma}),T(\bigcup\limits_{\gamma\in\Gamma}H_{i\gamma})=\bigcup\limits_{\gamma\in\Gamma}T(H_{i\gamma})$；$T(H_i^c)=(T(H_i))^c$；2) $T(H_i)_{\underset{\cdot}{\alpha}}\subseteq H_{i(\alpha)}\subseteq T(H_i)_\alpha$，$T(H_i)_\alpha=\bigcap\limits_{\lambda<\alpha}H_{i(\lambda)}$，$T(H_i)_{\underset{\cdot}{\alpha}}=\bigcup\limits_{\lambda>\alpha}H_{i(\lambda)}$。

参 考 文 献

[1] 曹伟，m型Fuzzy集(m>2)的分解定理，宁夏大学学报，2(1984)。

[2] 罗承忠，Fuzzy集和集合套，模糊数学，4(1984)。

* 1984年7月23日收到。