tion, Math. Gazette, 64(1980), 231—239.
〔12〕 Schultz. H. T·., The sum of the kth powers of the first n integers, Math. Reviews, Vol. 63 No. 3, March(1982).

A 类零壹矩阵的基的一些定理*

杨安洲　　　　李 浩

（北工大数学系）　（秦皇岛冶金地质进修学院）

定义 1　令 $n\geqslant 3$，$A=(a_{ij})_{n\times n}$，$_{j}=1$ 或 0，对任固定的 $i(1\leqslant i\leqslant n)$ 存在唯一的一个 $j_0(1\leqslant j_0\leqslant n)$ 使得 $a_{ij_0}=1$，其余的 $a_{ij}=0(j\neq j_0, 1\leqslant j\leqslant n)$，则称（0,1）一矩阵 A 为 **A** 型的矩阵。

显然 **A** 型矩阵在矩阵乘法运算下成为一个具有单位元的半群。

定理 2　令 $\mathbf{A}=\{A: A$ 是 n 级的 **A** 型矩阵$\}$，$\mathbf{B}\subseteq\mathbf{A}$，若对任 A　$\mathbf{A}$ 总存在有 B_1，B_2，… B_k　$\mathbf{B}$ 使得 $A=B_1B_2\cdots B_k$，则称 **B** 为 **A** 的一个基。

定理 1　$n\geqslant 3$，$B_1=\begin{pmatrix} 0 & 1 & & & \\ & 0 & 1 & \mathbf{O} & \\ & \mathbf{O} & \ddots & \ddots & \\ 1 & & & 0 & 1 \end{pmatrix}_{n\times n}$　$B_2=\begin{pmatrix} 0 & 1 & \mathbf{O} \\ 1 & 0 & \\ \mathbf{O} & & \mathbf{O} \end{pmatrix}_{n\times n}$，

$B_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & & & & \\ 1 & 0 & & \mathbf{O} & & \\ & & 1 & & & \\ & \mathbf{O} & & 1 & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & 1 \end{pmatrix}_{n\times n}$，则 $\{B_1, B_2, B_3\}$ 是 **A** 的一个基。

定理 2　$n\geqslant 3$，若 **B** 是 **A** 的一个基，则 $|\mathbf{B}|\geqslant 3$。

定理 3　$n\geqslant 3$，$\min\{|\mathbf{B}|: \mathbf{B}$ 是 **A** 的基$\}=3$。

* 1985年 9 月20日收到。