

幂集中完全的子的集格的个数*

杨安洲 (北工大数学系)

定理 1—3. 设 X 是无穷集, $P(X)$ 是 X 的幂集, $C = \{L: L \subseteq P(X) \text{ \& } L \text{ 在集的并与交运算下成为完全的集格}\} = \{L: L \text{ 是 } P(X) \text{ 中的完全的子的集格}\}$. 定义 $\hat{L} = \{M: M \text{ 在代数结构意义下同构于 } L\}$, $C_1 = \{\hat{L}: L \in C\}$. $T(X) = \{\varphi: \varphi \in Z^Z \text{ \& } \varphi \text{ 是双射}\}$, 定义 $L \sim M$ 如果 $(\exists \varphi \in T(X)) (M = \{\varphi[s]: s \in L\})$, $\langle L \rangle = \{M: M \sim L\}$, $C_2 = \{\langle L \rangle: L \in C\}$. 则 $|C| = |C_1| = |C_2| = 2^{|X|}$.

参 考 文 献

- [1] Birkhoff, G., Lattice theory, 1948 (revised ed.), p49—64.
- [2] Engelking, R., General Topology, 1977.
- [3] Kuratowski, K. and Mostowski, A., Set Theory, 1976.

一元的全函数与偏函数的基的最小基数*

杨安洲 刘世祥

(北工大数学系)

定义. 设 X 是集合, 令 $F = F(X) = \{f: f \text{ 是函数 \& } f \text{ 的定义域} = X \text{ \& } f \text{ 的值域} \subseteq X\}$, $F^* = F^*(X) = \{f: f \text{ 是函数 \& } f \text{ 的定义域} \subseteq X \text{ \& } f \text{ 的值域} \subseteq X\}$, 对于 $S \subseteq F$ ($S^* \subseteq F^*$), 若 $(\forall f \in F) (\exists f_1, f_2, \dots, f_k \in S) (f = f_1 f_2 \dots f_k = \prod_{i=1}^k f_i) ((\forall f \in F^*) (\exists f_1, f_2, \dots, f_k \in S^*) (f = f_1 f_2 \dots f_k = \prod_{i=1}^k f_i))$, 这里的“有限乘积”是指“函数的复和运算”, 则称 $S(S^*)$ 是 $F(F^*)$ 的一个基.

定理. 若 $C = C(X) = \{S: S \text{ 是 } F \text{ 的基}\}$, $C^* = C^*(X) = \{S^*: S^* \text{ 是 } F^* \text{ 的基}\}$, 则:

$$\min\{|S|: S \in C\} = \begin{cases} |X|, & \text{当 } |X| \leq 2 \\ 3, & \text{当 } \kappa_0 > |X| \geq 3 \\ 2^{|X|}, & \text{当 } |X| \geq \kappa_0 \end{cases}$$

$$\min\{|S^*|: S^* \in C^*\} = \begin{cases} |X| + 1, & \text{当 } |X| \leq 2 \\ 4, & \text{当 } \kappa_0 > |X| \geq 3 \\ 2^{|X|}, & \text{当 } |X| \geq \kappa_0 \end{cases}$$

这里的 $|S|$ 表示集合 S 的基数.

* 1985年7月10日收到。