1986年5月 数学研究与评论
第六卷 第二期

关于Lienard方程轨线的估计不等式*

陈 秀 东

（大连工学院应用数学研究所）

对Liénard方程

$$\dot{x}=y-F(x),\ \dot{y}=-g(x) \tag{$*$}$$

作相应的众所周知的假设，作Флиппов变换[1,2]，得到$F_1(z)$，$F_2(z)$；再设$F_1(z)=-F_2(z)$，记$F(z)=F_1(z)$。这样，对（*）轨线的讨论就归结为对方程

$$\frac{dz}{dy}=F(z)-y \tag{1}$$

轨线的讨论。设方程（1）过点$(z_0,F(z_0))$的，在特征曲线$y=F(z)$上方的轨线用$\overline{y}(z)$表示，在下方的用$y(z)$表示。我们得到以下二个不等式：

定理1 记$m=\min\limits_{[0,z_0]}F(z)$，$M=\max\limits_{[0,z_0]}F(z)$，有不等式

$$m-\sqrt{(m-F(z_0))^2+2(z_0-z)}\leqslant y(z)\leqslant M-\sqrt{(M-F(z_0))^2+2(z_0-z)}\leqslant$$

$$\leqslant m+\sqrt{(m-F(z_0))^2+2(z_0-z)}\leqslant\overline{y}(z)\leqslant M+\sqrt{(M-F(z_0))^2+2(z_0-z)}。$$

定理2 在定理1记号下，有不等式

$$0\leqslant w(z)\leqslant\overline{y}(z)-y(z)\leqslant W(z);\ \overline{w}(z)=\overline{y}(z)-F(z)\leqslant\overline{W}(z);$$

$$\underline{w}(z)\leqslant F(z)-y(z)\leqslant\underline{W}(z),$$

其中$w(z)=\sqrt{(M-F(z_0))^2+2(z_0+z)}+\sqrt{(m-F(z_0))^2+2(z_0-z)}-(M-m)$；

$$W(z)=\sqrt{(M-F(z_0))^2+2(z_0-z)}+\sqrt{(m-F(z_0))^2+2(z_0-z)}+(M-m);$$

$$\overline{w}(z)=m+\sqrt{(m-F(z_0))^2+2(z_0-z)}-F(z);\ \overline{W}(z)=M+\sqrt{(M-F(z_0))^2+2(z_0-z)}-F(z);$$

$$\underline{w}(z)=F(z)-M+\sqrt{(M-F(z))^2+2(z_0-z)};\ \underline{W}(z)=F(z)-m+\sqrt{(m-F(z))^2+2(z_0-z)}。$$

上述定理中的不等式可以用来研究方程（*）的轨线的性质，可以研究（*）的极限环的存在性、唯n性。

参 考 文 献

〔1〕叶彦谦等，《极限环论》，上海科技出版社，1984.

〔2〕张芷芬等，《微分方程定性理论》，科学出版社，1985.

〔3〕陈秀东，特征函数性质和Liénard方程极限环存在性定理（英文），数学年刊（英文版），4B（2），1983.

* 1986年5月30日收到。