

有限幂集中的一些问题*

杨安洲

(北京工业大学)

令 X 是有限集, $P(X) = \{A: A \subseteq X\}$, $\Sigma(X) = \{\varphi: \varphi \text{ 是 } X \text{ 上的一一对应}\}$, 若 S 是集合则用 $|S|$ 表示 S 的基数.

问题 1 令 $PP(X) = \{F: F \subseteq P(X)\}$, 对于 $F, G \in PP(X)$ 定义 $F \sim G$ iff (当且仅当) $(\exists \varphi \in \Sigma(X))(G = \{\varphi[A]: A \in F\})$, 其中 $\varphi[A] = \{\varphi(x): x \in A\}$, $\hat{F} = \{G: G \sim F\}$, 命 $C = \{\hat{F}: F \subseteq P(X)\}$, 则问 $|C| = ?$

问题 2 对于 $F \in PP(X)$ 中的任 $A, B \in F$ 来说可考虑有否 $\subseteq$ 关系 (集合论中的被包含关系), 则 $(F, \subseteq)$ 是偏序的结构. 若对于 $F, G \in PP(X)$ 来说, 如果存在有 F 到 G 上的一一对应 φ 使得 φ 是 $(F, \subseteq)$ 与 $(G, \subseteq)$ 之间的同构对应 (保持偏序), 则记为 $(F, \subseteq) \cong (G, \subseteq)$ 或简记为 $F \cong G$. 现在令 $\hat{F} = \{G: G \cong F\}$, $C = \{\hat{F}: F \in PP(X)\}$, 则问 $|C| = ?$.

问题 3 令 $C = \{F: F \subseteq P(X) \text{ 且 } F \text{ 在并、交运算下封闭}\} = \{F: F \text{ 是 } P(X) \text{ 中的集格}\}$, 定义 $F \sim G$ iff $(\exists \varphi \in \Sigma(X))(G = \{\varphi[A]: A \in F\})$, $\hat{F} = \{G: G \sim F\}$, $K = \{\hat{F}: F \in C\}$, 问 $|K| = ?$

问题 4 仍令 $C = \{F: F \text{ 是 } P(X) \text{ 中的集格}\}$, 若 F 与 G 在格 (lattice) 意义下是同构的则记为 $F \cong G$, $\hat{F} = \{G: G \cong F\}$, $K = \{\hat{F}: F \in C\}$, 问 $|K| = ?$.

* 1986年6月20日收到.