

答《中介数学没有包括经典数学》一文及其它

朱梧楨 肖奚安

(南京大学数学系) (空军气象学院数学教研室)

(一) 关于经典逻辑演算之推演规划是中介逻辑演算之导出规则的证明.

朱水林同志在文[1]中简括而确切地指出：“我们可以把上面关于中介数学和经典数学之关系的引文简括成一个结论和两个论据：

一个结论：中介数学在更高形式下包括了整个精确性经典数学及其理论基础。或者说中介数学是经典数学的扩大。

第一个论据：由于在中介逻辑演算中证明了定理13(MP*)：(1) $\sim \vdash A \vdash B$, (2) $\sim \sim A \vdash B$, (3) $\sim \vdash A \vdash B$. 该定理表明：任何合式公式A，一经清晰化算符作用，就能排除中介，退化为二值的清晰的合式公式。

第二个论据：在中介集合论中，证明了ZFC中赖以构造精确性经典数学的九条公理为定理。

笔者认为：仅凭这两个论据是不能确立上述结论的。”然后，朱水林同志又进一步分析指出：“尽管在中介集合论中，作为定理推出了ZFC系统的九条公理。但是，考虑到它所采用的是中介逻辑中的推演规则。为此，即使它能建立起一个数学系统，也不能说就是经典数学系统的扩大。要断言中介数学是经典数学的扩大，必须首先证明经典逻辑的推演规则是中介逻辑的导出规则，而这一点，恰恰是文章(指文献[2])的作者未曾做到的。”^[1]朱水林同志对问题的上述分析和提法是正确的，谨此向朱水林同志致谢。同时，我们在这里完成朱水林同志所指出的，我们在[2]中未曾做到的事。也就是给出“经典的二值逻辑演算之推理规则是中介逻辑演算之导出规则”的严格证明。且按朱水林同志在[1]中所强调的：“在构造中介逻辑时，文章的作者采用的是自然推理系统。”因此，我们在证明过程中就采用[4]中之自然推理系统而考察之。为此，记二值逻辑之命题演算系统为P，谓词演算系统为F，带等词的谓词演算系统为F¹(详见[4])。如此，我们可证P、F、F¹依次是中介逻辑演算系统之MP(或MP*)、MF(MF*)与ME*的子系统。

定理1 P是MP的子系统。

证明 如所知，MP中之弱蕴涵词 \rightarrow 被引入如下： $D(\rightarrow) A \rightarrow B =_{df} \vdash \neg \neg A \rightarrow B$ 。并且文献[10]中已证明了如下的：

* 1988年11月1日收到。

分离规则 $A \rightarrow B, A \vdash B.$

消去规则 若 $\Gamma, A \vdash B$, 则 $\Gamma \vdash A \rightarrow B.$

因此, 在MP中就有如下的推理规则:

(ϵ°) $A_1, \dots, A_n \vdash A_i (i = 1, \dots, n).$ (见MP之(ϵ))

(τ°) 如果 $\Gamma \vdash \Delta$ (不空) $\vdash A$; 则 $\Gamma \vdash A.$ (见MP之(τ))

(\neg°) 如果 $\Gamma, \neg A \vdash B, \neg B$; 则 $\Gamma \vdash A.$ (见MP之(\neg))

(\rightarrow_+°) 若 $\Gamma, A \vdash B$, 则 $\Gamma \vdash A \rightarrow B.$ (上述消去规则)

(\rightarrow°) $A \rightarrow B, A \vdash B.$ (上述分离规则)

于是将MP中之形式符号 \neg, \rightarrow 分别视为P中之 \neg, \rightarrow , 即知P中所有推理规则在MP中皆成立, 故P是MP的子系统. 证毕.

定理2 P是MP*的子系统.

证明 因为MP是MP*的子系统, 故由定理1直接推知本定理为真.

我们还可在MP*中另选更方便的子系统而直接证定理2. 即(ϵ°), (τ°), (\neg°)已如上述, 而又由[7]之定理15[2](MP*), 并取 Γ 为空, 即得:

(\rightarrow°) $A \Rightarrow B, A \vdash B.$

再由[7]之定理15[1](MP*)而知

(\rightarrow_+°) 若 $\Gamma, A \vdash B$; 则 $\Gamma \vdash A \Rightarrow B.$

故将MP*之形式符号 \neg, \Rightarrow 分别视为P中之形式符号 \neg 与 \rightarrow , 即知P是MP*之子系统.

对于F是MF及MF*之子系统的证明完全类同于定理1及2之证法, 故从略.

定理3 F^1 是ME*的子系统.

证明 在ME*中可证得如下之九条推理规则, 至于(ϵ°), (τ°), (\neg°), (\rightarrow°), (\rightarrow_+°)已如定理2中所述, 而由ME*中之(\forall_-)及(\forall_+)即有

(\forall_-°) $\forall x A(x) \vdash A(a)$

(\forall_+°) 如果 $\Gamma \vdash A(a)$, a 不在 Γ 中出现; 则 $\Gamma \vdash \forall x A(x).$

现由ME*中之Ax3可得

(I_-°) $A(a), a = b \vdash A(b)$, 其中 $A(b)$ 是由 $A(a)$ 中将 a 的某些出现替换为 b 而得.

另外, 由ME*中之Ax1可得

(I_+°) $\vdash a = a.$

于是, 将ME*中之形式符号 $\neg, \Rightarrow, \forall, =$, 分别视为 F^1 之形式符号 $\neg, \rightarrow, \forall, =$ 时, F^1 便是ME*之子系统. 证毕.

(二) 再次声明, 中介逻辑演算ML是一种三值逻辑系统, 但它既不包括中介公理集合论MS, 也不影响MS的建立和发展.

对于构造和建立中介逻辑演算ML与中介公理集合论MS而言, 显然MS是目的, ML只是配套于MS的一种逻辑工具. 因而, 我们在ML诸系统建立后, 也就先行MS的建造工作, 想在其后再行ML之严格的语义研究. 但却正为这一点, 导致本文作者之一(朱梧楨)在[3]中缺乏根据地强调ML不同于任何多值逻辑系统, 当然也就更认为ML不是三值系统了. 但在我们初建了MS之后, 再去研究ML之语言表达能力的时候, 终于看出ML至少在实际背景之外仍是一种三值系统. 只是这个三值系统仅指ML, 而并不包括MS. 迄至目前为止, 有关ML的严格的语义研究, 已由我国一批中

青年逻辑工作者完成, ML 诸系统之可靠性、完备性与相容性等均已被证明. 甚至还出现了“中介模态逻辑”^[21]、“中介代数系统”^[22]与“中介逻辑的Gentzen系统”^[23]等重要工作, 特将其中之主要文献列于本文之末(详见[10]~[23]), 以供参考.

既然ML 只是一种三值系统, 则冠以“中介逻辑演算”之名称, 似有不当甚或有夸张之嫌. 但也有难处, 因为历史上所出现种种三值系统, 一是有史以来未加编号, 二是以创建者名字命名, 显然两者都不能奏效. 再因构造ML 时, 总算还有个“中介原则”的思想背景, 所以就估且名曰“中介逻辑演算”罢了.

一个形式系统的建立, 如果只限于形式的推推演演, 固然没有严格的语义研究成果那么深刻. 但有一点也如常识那样众所周知, 那就是构造任何一个逻辑系统, 必须要有一个实际背景和一个预想的、合理的解释, 否则是构造不出合理而又合乎目的之逻辑系统的. 想必对于ML 诸系统之建立也不例外.

最后, 我们还借此机会指出, 文献[2] 中第117页第22行至24行之 ϵa , 应改为 ϵa° , 亦即必须强调这个 a 是清晰集.

参 考 文 献

- [1] 朱水林, 数学研究与评论, 8卷4期, 1988.
- [2] 朱梧楨, 肖奚安, 中国科学(A辑), 第2期(113—123), 1988.
- [3] Zhu Wujia, Xiao Xian, J. Math. Res. & Exposition, 8(1), 1988.
- [4] 胡世华, 陆钟万, 数理逻辑基础, 科学出版社, 1981.
- [5] 肖奚安, 朱梧楨, 中介逻辑的命题演算系统(I)、(II)、(III), 自然杂志, 8(4)315—316, 8(5)394—395, 8(6)473, 1985.
- [6] 朱梧楨, 肖奚安, 中介逻辑的谓词演算系统(I)、(II), 自然杂志, 8(7)540, 8(8)601, 1985.
- [7] 肖奚安, 朱梧楨, 中介逻辑命题演算的扩张(I)、(II), 自然杂志, 8(9)681, 8(10)761, 1985.
- [8] 朱梧楨, 肖奚安, 中介逻辑谓词演算的扩张, 自然杂志, 8(11)841—842, 1985.
- [9] 肖奚安, 朱梧楨, 带等词的中介谓词逻辑, 自然杂志, 8(12)916, 1985.
- [10] 钱磊, 张大可, 中介逻辑的重言式系统, 全国第二届多值逻辑学术讨论会文集, 1987.
- [11] 潘勇, 中介逻辑命题演算中的析取范式和合取范式, 全国第二届多值逻辑学术讨论会文集, 1987.
- [12] 钱磊, 模糊系统与数学, 第一卷, 第一期, 1987.
- [13] 潘正华, 中介谓词逻辑MF的可靠性, 全国第二届多值逻辑学术讨论会文集, 1987.
- [14] Pan Zhenghua, On the Completeness of Medium Propositional Logic MP, Proc. Inter. Symp. Fuzzy Systems and Knowledge Engineering, 1987.
- [15] 邹晶, 数学研究与评论, 8卷3期, 1988.
- [16] 谭乃, 肖奚安, 空军气象学院学报, 第一期, 1988.
- [17] 肖奚安, 朱梧楨, 数学研究与评论, 第8卷4期, 1988.
- [18] 邹晶, 科学通报, 33卷13期, 1988.
- [19] 盛建国, 中介逻辑命题演算MP*的一个特征——完全析取式定理, 全国第三届多值逻辑学术讨论会文集, 1988.
- [20] 盛建国, 中介逻辑谓词演算系统MF*的一些特征, 全国第三届多值逻辑学术讨论会文集, 1988.
- [21] 邹晶, 中介模态逻辑系统, 全国第三届多值逻辑学术讨论会文集, 1988.
- [22] 吴望名, 潘吟, 上海师范大学学报, 第3期, 1988.
- [23] 钱磊, 中介逻辑ML的Gentzen系统及其相容性、完备性和可靠性, 全国第三届多值逻辑学术讨论会文集, 1988.