

赋范空间中的相对Chebyshev中心*

宋文华

(大连理工大学应用数学研究所)

在本文中,我们得到了下列结论:

定理1 设 F 是赋范空间 E 的有界子集, Y 是 E 的凸子集, $0 \in Y$ 则

$$r_Y(F) = \sup_{\varphi \in Y^0} \{r_{\varphi^{-1}(-\infty, 1]}(F)\}; \quad \varphi \in Y^0\}$$

此处 $r_\varphi(F) = \inf\{r(y; F); y \in F\}$; $r(y; F) = \sup\{\|x - y\|; x \in F\}$ 及 $Y^0 = \{\varphi \in E^*; \varphi(y) \leq 1, \text{任意 } y \in Y\}$.

定理2 设 F 是赋范空间 E 的有界子集, Y 是 E 的凸子集, $y_0 \in Y$, $r_0 = r(y_0, F)$, 则 y_0 为 F 相对于 Y 的Chebyshev中心的充分必要条件是:对每个 $y \in Y$ 及任意的 $\varepsilon > 0$,存在 $\varphi \in E^*$ 和 $x \in F$,使 $\|\varphi\| \leq 1$ 且 $r_0 - \varepsilon \leq \varphi(x - y_0) \leq \varphi(x - y) + \varepsilon_0$.

设 F, Y, y_0, r_0 如定理2所设,对 $0 < r < r_0$,以 $\omega_r(y_0)$ 表示集合 $\{\varphi \in B^*; \text{存在 } x \in F \text{ 使 } \varphi(x - y_0) > r\}$ 的凸包的 ω^* 闭包,其中 $B^* = \{\varphi \in E^*; \|\varphi\| \leq 1\}$. 并且令 $\omega(y_0) = \bigcap_{r < r_0} \omega_r(y_0)$.

定理3 设 F, Y, y_0, r_0 如定理2所设,则 y_0 为 F 相对于 Y 的Chebyshev中心的充分必要条件是:任意 $y \in Y$,存在 $\varphi \in \omega(y_0)$ 使 $\varphi(y) \leq \varphi(y_0)$.

参 考 文 献

- [1] D. Amir, J. Mach, Chebyshev centers in normed spaces. J. Approx. Theory 40(1984)364—374.

* 1987年7月28日收到.