第9卷 第4期
1989年11月

数学研究与评论
JOURNAL OF MATHEMATICAL
RESEARCH AND EXPOSITION

Vol.9 No.4
Nov., 1989

有约束的L_P逼近的极限*

祝长忠

（上海科技大学数学系）

设P是实n维欧氏空间的非空闭子集，函数$F(A,x)$关于参数$A\in P$和$x\in[a,b]$连续．$f(x)\in C[a,b]$，取(F,P)作为对f的逼近函数类．$\|\cdot\|_k$，$\|\cdot\|$分别表示在$[a,b]$上的L_{p_k}范数（$\{p_k\}$为实数列，$p_k\uparrow\infty$）和一致范数．

设$x_1^k,\cdots,x_j^k$是$[a,b]$上$j(\leqslant n)$个不同点，$x_i^k\to x_i$，$i=1,\cdots,j$，我们有

定理1 设(F,P)是n阶唯一可解的[1, p.71-72]，P有界，$F(A_k,x)$是在$[a,b]$上对$f(x)$的插值于$x_i^k(i=1,\cdots,j)$的最佳L_{p_k}逼近，且在$[a,b]$上对$f(x)$的插值于$x_i(i=1,\cdots,j)$的最佳一致逼近是$F(A_0,x)$，则$F(A_k,x)$在$[a,b]$上一致收敛到$F(A_0,x)$，且$\|f-F(A_k,\cdot)\|_k\to\|f-F(A_0,\cdot)\|$．

设$F(A,x)$对x的r阶导数$F^{(r)}(A,x)$关于$A\in P$，$x\in[a,b]$连续．函数$u_k(x),v_k(x)\in C[a,b]$，在$[a,b]$上$u_k(x)\leqslant u_0(x)<v_0(x)\leqslant v_k(x)$，且一致地有$u_k(x)\to u_0(x)$，$v_k(x)\to v_0(x)$．我们有

定理2 设(F,P)满足强Young条件[2]，$F(A_k,x)$是在$[a,b]$上对$f(x)$的在约束$u_k(x)\leqslant F^{(r)}(A,x)\leqslant v_k(x)$下的（或共正，或共单调，或共凸）最佳$L_{p_k}$逼近，且在$[a,b]$上对$f(x)$的在约束$u_0(x)\leqslant F^{(r)}(A,x)\leqslant v_0(x)$下的（或共正，或共单调，或共凸）最佳一致逼近$F(A_0,x)$唯一，则有与定理1相同的结论．

定理2包含了上（下）单边逼近情形，相应于$r=0$，且取$u_k=u_0=f$，$v_k=v_0=+\infty$（或$u_k=u_0=-\infty$，$v_k=v_0=f$）．

参考文献

[1] J.R.Rice, "The Approximation of Functions", V.1, Addison-Wesley Reading, Mass., 1964.

[2] C. B. Dunham, The strong Young condition and restricted powered rationals, 将发表.

* 1987年12月30日收到