第9卷 第4期　　数 学 研 究 与 评 论　　Vol.9 No.4
1989年11月　　JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION　　Nov., 1989

n类时滞直接控制系统的绝对稳定性*

王 鹏 国

（华中师范大学数学系 武汉）

考虑时滞直接控制系统：

(1) $\dot{x}(t)=Ax(t)+Bx(t-\tau)+bf(\sigma(t-\eta)),\quad \sigma(t)=c^Tx(t)$

这里x，$b, c\in R^n$，$\tau>0$是常数，$\eta=\tau$或0，$C([-\tau,0], R^n)$是将$[-\tau, 0]$映射到R^n的连续函数构成的Banach空间，$x_t\in C([-\tau,0], R^n)$定义为$x_t(\theta)=x(t+\theta)$，$-\tau<\theta<0$，$\|x(\cdot)\|=\max\{\|x(\theta)\|: -\tau<\theta<0\}$，$A$、$B$是$n\times n$阶实矩阵，$f(\sigma)$连续，$f(0)=0$，$\sigma f(\sigma)>0$ $(\sigma\neq 0)$

作非奇异线性变换（不妨设$c_n\neq 0$，$c=\mathrm{col}(c_1, c_2\cdots, c_n)$）

(2) $\xi(t)=Gx(t)$　　$G=\begin{bmatrix}1 & \ddots & & 0\\ 0 & & 1 & \\ c_1 & \cdots & c_{n-1} & c_n\end{bmatrix}$　　就有

(3) $\xi'(t)=GAG^{-1}\xi(t)+GBG^{-1}\xi(t-\tau)+Gbf(\xi_n(t-\eta))$

命题1 假若超越方程：$\det(\lambda I-A-Be^{-\lambda\tau})=0$的所有根具有负实部，则系统（1）之平凡解在$[0, r)\times[0, k)$内绝对稳定的充要条件是系统（3）之平凡解关于部分变元$\xi_n(t)$在$[0, r]\times[0, k)$内绝对稳定

在$B=0$时，即得文〔1〕的主要定理.

定义 称n阶方阵F具有性质(p_1)，如果存在非零$\omega\in R^n$使得$\omega C^TF=F\omega C^T$，记$FC(p_1)$.称F具有性质(p_2)，如果存在实数$\mu>0$，使得$CC^TF+F^TCC^T+\mu CC^T$半负定，记$FC(p_2)$.

命题2 假若$A\subset(p_2)$，$B\subset(p_1)$，且$\det(\lambda I-A-Be^{-\lambda\tau})=0$的所有根具有负实部，$|l|=\left|\dfrac{C^TBC}{C^TC}\right|<\mu/2$，则

(4) $\dot{x}(t)=Ax(t)+Bx(t-\tau)+bf(\sigma(t))$，　$\sigma(t)=C^Tx(t)$

的平凡解在$[0, r)\times[0,\infty)$内绝对稳定的充要条件是$C^Tb<0$.

推论1 若$A\subset(p_2)$，且稳定，则系统：$\dot{x}(t)=Ax(t)+bf(\sigma(t))$，$\sigma(t)=C^Tx(t)$的平凡解绝对稳定的充要条件是$C^Tb<0$.

该推论包含了文〔2〕的定理1.

命题3 若命题2的条件成立，则当$|l|=\left|\dfrac{C^TBC}{C^TC}\right|<\mu/2$时，

* 1987年12月1日收到.

（5） $\dot{x}(t)=Ax(t)+Bx(t-\tau)+bf(\sigma(t-\tau))$，$\sigma(t)=C^Tx(t)$．

的平凡解在 $C^Tb<0$ 时在〔0，r）×$\left[0,\ \dfrac{-\mu+2|l|}{2C^Tb}\right]$ 内绝对稳定．在 $C^Tb=0$ 时在〔0，r）×〔0，∞）内绝对稳定．

推论 2 若 $A\subset(p_2)$ 且稳定，则系统：

（6） $\dot{x}(t)=Ax(t)+bf(\sigma(t-\tau))$，$\sigma(t)=C^Tx(t)$．

的平凡解在〔0，∞）×$\left[0,\ -\dfrac{\mu}{2C^Tb}\right]$ 内绝对稳定的充分条件是 $C^Tb<0$ 而 $C^Tb=0$ 是（6）在〔0，∞）×〔0，∞）内绝对稳定的充分且必要条件。

该推论包含了文〔3〕的定理2.1的推论．

命题 4 在 $|l|<-m$，$C^Tb<0$ 时，系统

（7） $\xi_n'(t)=m\xi_n(t)+l\xi_n(t-\tau)+C^Tbf(\xi_n(t-\tau))$

的平凡解在 $\left[0,\ \dfrac{-(m+|l|)}{kC^Tb(m-|l|+kC^Tb)}\right)$×〔0，$k$〕内绝对稳定．在 $|l|<-m$，$C^Tb>0$ 时，在〔0，r〕×$\left[\dfrac{-(m+|l|)}{C^Tb}\right)$ 内绝对稳定．

推论 3 若 $A\subset(p_1)$ 且稳定，则系统（6）的平凡解在 $C^Tb<0$ 时在 $\left[0,\ \dfrac{-m}{kC^Tb(m+kC^Tb)}\right)$×〔0，$k$〕内绝对稳定，其中 $m=\dfrac{C^TAC}{C^TC}<0$．

该推论包含了文〔3〕的定理2.1．事实上利用我们的方法在比〔3〕的定理2.1更弱的条件下，可将 n 维系统（1）转化为纯量系统（7）来研究．

参 考 文 献

〔1〕廖晓昕 第七届国际网络与系统理论会议论文．Stockholm．1985 数学物理学报 No.3 1985．
〔2〕李森林 应用数学学报 No.4 1983．
〔3〕李森林 中国科学 No.11 1986．