第9卷 第4期
1989年11月

数学研究与评论
JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION

Vol.9 No.4
Nov., 1989

一个新发现的（5,5）笼及（5,5）笼的个数

杨元生 张成学

（大连理工大学计算机科学与工程系）

(V,g) 笼是围长等于 g 的具有最少顶点数的 V 次图，当 $V\geqslant 3, g\geqslant 5$ 时，寻找 (V,g) 笼是很困难的。迄今为止，已发现的（V, 5）笼共7个．其中（5,5）笼不唯一，已发现了3个，其1是Hoffman－Singleton图的一个子图，其2是Robertson图，其3是Foster图。本文给出的是第4个（5,5）笼，并用计算机证明了（5,5）笼的个数为4．

一个图称为是 V 度正则的，如果它的每个顶点的度为 V．一个度为 V，围长为 g 的正则图称为一个 (V,g) 图。一个具有最少顶点数的 (V,g) 图称为一个 (V,g) 笼。记 (V,g) 笼的顶点数为 $f(V,g)$，则 $f(V,g)\geqslant f_0(V,g)$，其中

$$f_0(V,g)=\begin{cases}(V(V-1)^r-2)/(V-2), & \text{如果}g=2r+1\\ (2(V-1)^r-2)/(V-2), & \text{如果}g=2r\end{cases}$$

令 G 为具有 n 个顶点的 (V,g) 图，且 $e=n-f_0(V,g)$，则 e 称为 G 的超出量．对 $V=5$，Wegner[2] 指出 $f(5,5)=30$，从而其超出量 $e=n-f_0(5,5)=4$．由文[1]，可按图1排列这些顶点。

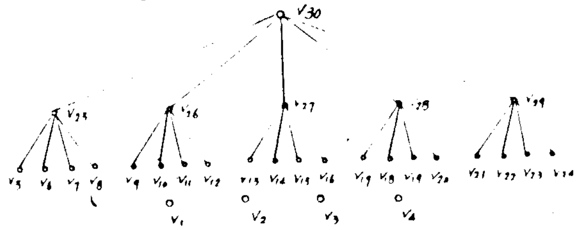

图1 （5,5）笼的顶点排列图 G_1

（5，5）笼各顶点的度为5，总边数为75，因此，它可由 G_1 添50条边得到．为了保证找到所有的（5,5）笼，必须试遍所有可能的添边。利用回溯法可实现这一点．我们通过回溯算法，在计算机上共输出4个（5,5）笼的图，其中3个同

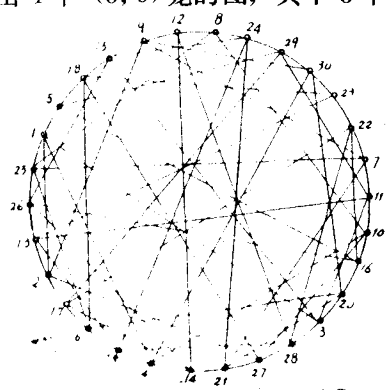

图2 新发现的（5,5）笼 C_4

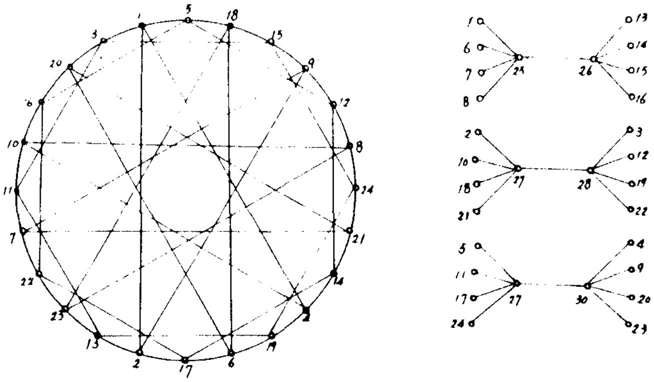

图3 （5,5）笼 C_4 的一个不同的排列

*1989年4月9日收到．

下转632页

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

构于已发现的3个（5,5）笼，第4个为新发现的（5,5）笼，并证明了（5,5）笼的个数为4.

图2给出了新发现的（5,5）笼C_4，图3为C_4的一个不同的排列. 由图3不难看出，（5,5）笼C_4中顶点$V_1 \sim V_{24}$相互相似，而$V_{25} \sim V_{30}$相互相似.

参 考 文 献

〔1〕P.K.Wong, Cages-A survey. Journal of Graph Theory. 1982:6, 1～22.

〔2〕G.Wegner, A Smallest graph of girth 5 and valency 5. J.combinatrial Theory 1973:Ser. B 14, 203～208.

〔2〕张盛开，对策论及其应用，华中工学院出版社，武汉，1985.

〔3〕王建华，对策论，清华大学出版社，北京，1986.

〔4〕Vorb'ev, N. N., Game Theory, Lectures for Economists and System Scientists, Springer-verlag, NY, 1977.

〔5〕Owen, G., Game Theory, Academic Press, NY, 1982.

〔6〕李先一，评《对策论及其应用》，海军工程学院学报 1987. 4

上接628页

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.