第10卷 第3期
1990年8月
数 学 研 究 与 评 论
JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION
Vol.10 No.3
Aug. 1990

关于强 p 除环上方阵的酉相似理论的一点注记*

蔡 金 星

（华东师范大学数学系，上海）

在文[1]中定义了强 p 除环 Ω，即满足如下条件(1)—(4)的除环 Ω：

（1）存在 Ω 的对合反自同构 σ（即 σ 为反自同构，且 $\sigma(\sigma(a))=a \quad \forall a\in\Omega$）

（2）$\forall a_i\in\Omega$, $i=1,\cdots,n$ $(n\in N)$ $\sum_{i=1}^{n} a_i\sigma(a_i)=0 \Leftrightarrow a_i=0$, $i=1,2,\cdots,n$.

（3）命 $R=\{a\in\Omega \mid \sigma(a)=a\}$，则 R 含在 Ω 的中心中．

（4）$\forall a_i\in\Omega$, $i=1,2,\cdots,n$ $(n\in N)$ 方程 $x^2-\sum_{i=1}^{n} a_i\sigma(a_i)=0$ 在 Ω 中有且只有两解．

事实上，除了平凡的情况外，强 p 除环 Ω 就是 R 上的四元数除环．确切地说，我们有

定理 1 设 Ω 为强 p 除环，则 Ω 为(1) R，(2) $R+Ri$ 或(3) R 上的四元数除环．这里 R 是强 p 除环定义中条件(3)中的 R．

为证定理1，我们给出合成代数的概念及分类定理：

定义 2 F 为域，A 是 F 代数，Q 是 A 上非奇异二次型，称 (A, Q) 为合成代数，如果 $\forall x, y\in\Omega$，恒有 $Q(x, y)=Q(x)Q(y)$ 成立．

定理 3 (A, Q) 为合成代数，则 F 代数 A 是(1) F，(2) $F+Fi$，(3) F 上四元数除环，或(4) F 上八元数环．

证明 参见[2]P419—426.

定理 1 的证明 设 Ω 是强 p 除环，由强 p 除环定义中条件(3)得 R 是域，且 Ω 是 R 代数．在 Ω 上定义二次型 Q 如下：$Q(x)=x\sigma(x)$, $x\in\Omega$．则 $\mathrm{rad}Q=\{y\in\Omega \mid Q(x+y)=Q(x) \quad \forall x\in\Omega\}=0$, $Q(xy)=Q(x)Q(y)$．因此 Q 是非奇异的，且 (Ω, θ) 是合成代数．由定理3及 Ω 的结合性即得本定理．

参 考 文 献

[1] 屠伯埙，强 p 除环上方阵的酉相似理论(I)，数学研究与评论，3(1987)，393—394.

[2] Nathan Jacobson, Basic algebra I, W. H. Freeman and Company 1974.

* 1989年6月23日收到．