第10卷 第4期 1990年11月
数学研究与评论
JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION
Vol. 10 No.4 NoV., 1990

向量的Salzer定理

朱功勤 顾传青

（合肥工业大学数力系）

在文〔2〕中，作者之一利用Samelson逆变换$V^{-1}=\frac{V^*}{|V|^2}$，构造出下列向量切触有理插值连分式：

$$R(x)=\frac{N(x)}{D(x)}=\vec{b}_{0,0}+\frac{x-x_0|}{|\vec{b}_{0,1}}+\cdots+\frac{x-x_0|}{|\vec{b}_{0,S_0-1}}+\frac{x-x_0|}{|\vec{b}_{1,0}}+\frac{x-x_1|}{|\vec{b}_{1,1}}+$$
$$+\cdots+\frac{x-x_1|}{|\vec{b}_{1,S_1-1}}+\frac{x-x_1|}{|\vec{b}_{2,0}}+\cdots+\frac{x-x_n|}{|\vec{b}_{n,1}}+\cdots+\frac{x-x_n|}{|\vec{b}_{n,S_n-1}}. \quad (1)$$

使它满足

$$R^{(m)}(x_i)=\frac{\mathrm{d}^m\{N(x)/D(x)\}}{\mathrm{d}x^m}\Big|_{x=x_i}=V^{(m)}(x_i), \quad (2)$$

$$m=0,1,\cdots,S_i-1,\ i=0,1,\cdots,n.$$

特别，若在（1）、（2）中取$S_0=S_1=\cdots=S_n=1$，则变成文〔1〕中讨论的向量有理插值问题．其中$N(x)$是多项式值向量，即$N(x)=(p_1(x),p_2(x),\cdots,p_d(x))$，$p_k(x)$，$D(x)$都是实多项式．

现在将文〔3〕中Salzer定理推广到$\frac{N(x)}{D(x)}$上去．

定理：设$D(x_i)\neq0$，则方程组

$$\left(\frac{d}{dx}\right)^k\left[\frac{N(x)}{D(x)}\right]_{x=x_i}=V^{(k)}(x_i),\ k=0,1,\cdots,S_i-1$$

等价于方程组

$$N^{(k)}(x_i)=(D(x)V(x))^{(k)}_{x=x_i},\ k=0,1,\cdots,S_i-1.$$

根据上述定理，我们可以将向量切触有理插值问题（1）、（2）转化为等价的线性问题进行求解．

参考文献

〔1〕P. R. Graves—Morris, Vector valued rational interpolants I., Numer. Math, 42(1983), 331-348.
〔2〕顾传青，向量连分式的逼近及收敛性，合肥工业大学硕士论文（1988）．
〔3〕H. E. Salzer, Note On Osculatory rational interpolation, Math. Comp, 16(1962), 486-491.

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.