第13卷第2期 数学研究与评论 Vol. 13 No. 2
1993年5月 JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION May 1993

关于经济数学中价格形成的盈利额分摊问题*

邵 品 琮
(山东省应用数学研究所，青岛大学，266071)

价格计算的正确与否，直接依赖于它所遵循的理论前提以及由此而建立的数学模型.价格问题，历来是经济学应用上一个注目的理论问题.因此也是数理经济中关注的一个理论问题.

已有的文献(例如[1])，对价格形成的理论叙述，大致上是如下三步：第一步是社会必要劳动量的计算；第二步转化为以货币表示的价值形式，即成本计算；第三步就是把盈利额的分摊加上去形成定价价格计算的模式.此处有两种模式，一为以反映工资总额为主的盈利额分摊方式，即考虑活劳动创造的价值为依据的盈利额比例的分摊者，由此为基础而计算出定价价格(记为 P)；另一为以反映生产物质装备技术条件总额为主的盈利额分摊方式，也即以考虑物化劳动创造或转化的价值为依据的盈利额分配比例的分摊者，由此为基础而计算出定价价格(记为 $\bar{P}$).

文献[1]对于分配盈利额的改变，例如定价价格计算的两种相异分摊的不同数值(P 与 $\bar{P}$)之间的差异、转化等关系的评估，已有一定的结论(见[1]，第136页).

本文作者认为[1]中对价格形成及盈利额分摊关系的阐述是很清晰的.但有些结论的论述与结果是欠妥的，本文提出商榷建议修善.并由此提出一个新的盈利分摊方案，以便引起共同研讨.

本文共分三部分，第一部分为关于文献[1]对价格形成中盈利额分摊的理论概述；第二部分为作者对[1]中某些理论的商榷；第三部分为关于盈利额分摊模式提出一个新的建议.

§1 关于价格形成中盈利额的分摊[1]

假定在某系统中，例如整个国民经济生产活动中，共有 n 种产品.引用符号 a_{ij}($0\leqslant a_{ij}<1$, $i,j=1,2,\cdots,n$)表示生产一个单位的产品 j(以实物表现的所需:)消耗产品 i 的数量(直接消耗系数).再引用符号 T_j($j=1,2,\cdots,n$)表示生产单位产品 j 的全部劳动消耗时间(以自然小时数表示也可).符号 t_j($j=1,2,\cdots,n$)表示生产单位产品 j 所消耗的活劳动时间(也可以自然小时数表示).那么就有劳动消耗的平衡方程

$$T = AT + t \tag{1}$$

其中

* 1990年7月13日收到.92年10月2日收到修改稿.

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

$$A=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1}\\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2}\\ & & \ddots & \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn}\end{pmatrix},\qquad T=\begin{pmatrix}T_1\\ T_2\\ \cdots\\ T_n\end{pmatrix},\qquad t=\begin{pmatrix}t_1\\ t_2\\ \cdots\\ t_n\end{pmatrix}.$$

记 $T^{(0)}=t$，作迭代

$$\begin{aligned}&T^{(1)}=AT^{(0)}+t=At+t,\\&T^{(2)}=AT^{(1)}+t=A^2t+At+t,\\&\cdots\quad\cdots\quad\cdots\\&T^{(k)}=AT^{(k-1)}+t=\cdots=A^kt+A^{k-1}t+\cdots+t,\\&\cdots\quad\cdots\quad\cdots\end{aligned}$$

这里 A 是直接消耗系数，A^2 是以实物表现的通过一个中间环节实现的一次性间接消耗系数，A^3 是通过二个中间环节实现的二次间接消耗系数，…，A^k 是通过 $k-1$ 个中间环节实现 $k-1$ 次性的间接消耗系数. 因此，这个迭代过程中，$T^{(k)}$ 比 $T^{(k-1)}$ 增加了一次对别种产品的直接劳动消耗，即增加了一个 $k-1$ 次间接消耗系数的影响而形成的劳动消耗. 注意投入产出模型有

$$\|A\|=\max_{1\leqslant j\leqslant n}\sum_{i=1}^{n}a_{ij}<1,$$

就有 $\|A^k\|\leqslant\|A\|^k\to 0$ (当 $k\to\infty$)，于是

$$\|T^{(k)}-T^{(k-1)}\|=\|A^kt\|\leqslant\|A\|^k\cdot\|t\|\to 0,\quad(k\to\infty).$$

即 $T^{(k)}=\sum_{s=0}^{k}(T^{(s)}-T^{(s-1)})$，(记 $T^{(-1)}\equiv 0$). 必有极限 $\lim_{k\to\infty}T^{(k)}=T^*$，它满足方程(1). 即有 $T^*=AT^*+t$，或

$$T^*=(I+A+A^2+A^3+\cdots+A^k+\cdots)t=(I-A)^{-1}t.$$

如果用 a_j 表示 j 种产品一个产品一个小时的工资额，那么一个产品 j 上的工资额便是

$$l_j=t_ja_j\quad(j=1,2,\cdots,n).$$

j 种产品一个单位的成本价格记为 $W_j(j=1,2,\cdots,n)$. 那么有

$$W=AW+L,\tag{2}$$

其中 $W=(w_1,w_2,\cdots,w_n)^T$，$L=(l_1,l_2,\cdots,l_n)^T$. 同样记 $W^{(0)}=L$，作迭代

$$W^{(k)}=AW^{(k-1)}+L,\quad(k=1,2,\cdots),$$

也可有类似于上面的解释，所以有解为 $W^*=\lim_{k\to\infty}W^{(k)}$，它满足(2)，即有

$$W^*=AW^*+L=(I+A+A^2+\cdots+A^k+\cdots)L=(I-A)^{-1}L.$$

于是计划成本 $W^*=f(L)$ 说明成本与工资 L 有关. 其根源是由工资费用随着生产的周转(产品的辗转加工)逐渐积累形成的.

但从经济内容上看，L 只表示劳动者必要劳动新创造的劳动价值部分(V)，而未显示出社会劳动中的剩余劳动新创造的价值(M)，即如税金和利润部分. 因此价值三要素 C(不变资本)、V(可变资本)、M(利润)应全面反映到价格中去. 所以，作为价格的定价计算来说，仅成本价格不能全面反映在社会产品交换过程中的社会价值. 故应附加盈利总额的计算.

今以 Π 表整个国民经济中，盈利的总额(包括税金和利润). 用 q_j 表示 j 种产品的实物产量，引进比率

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

$$\beta_j = \frac{l_j}{\sum_{s=1}^{n} l_s g_s}, \quad (j = 1,2,\cdots,n). \tag{*}$$

表示 j 产品每一个单位的工资额在国民经济工资总额中所占的份额. 这是一种分摊的比率. 那么 $\Pi\beta_j$ 便是 j 产品每一个单位产品应分摊到的盈利额. 于是产品 j 每一个单位的定价 P_j 应当是: $P_j = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}P_i + (l_j + \Pi\beta_j)$, $(j = 1,2,\cdots,n)$, 记 $P = (P_1,P_2,\cdots,P_n)^T$, $\beta = (\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n)^T$, 于是有

$$P = AP + (L + \Pi\beta). \tag{3}$$

记 $P^{(0)} = L + \Pi\beta$, 作迭代 $P^{(k)} = AP^{(k-1)} + (L + \Pi\beta)$, $(k = 1,2,\cdots)$. 同样可作类似的经济解释, 可证存在极限 $P^* = \lim_{k\to\infty} P^{(k)}$ 满足方程(3), 即有

$$P^* = (I + A + A^2 + \cdots + A^k + \cdots)(L + \Pi\beta) = (I - A)^{-1}(L + \Pi\beta).$$

再引进比率

$$\lambda_j = \frac{w_j}{\sum_{s=1}^{n} w_s g_s}, \quad (j = 1,2,\cdots,n), \tag{**}$$

它表示 j 产品每一个单位计算成本时在国民经济总计算成本中所占份额, 这时盈利分摊额为 $\Pi\lambda_j$ $(j=1,2,\cdots,n)$. 于是产品 j 的价格计算中单位产品的定价记为 $\overline{P}_j$, 就有

$$\overline{P}_j = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}\overline{P}_i + (l_j + \Pi\lambda_j), \quad (j = 1,2,\cdots,n)$$

记 $\overline{P} = (\overline{P}_1,\overline{P}_2,\cdots,\overline{P}_n)^T$, $\lambda = (\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n)^T$. 有

$$\overline{P} = A\overline{P} + (L + \Pi\lambda). \tag{4}$$

记 $\overline{P}^{(0)} = L + \Pi\lambda$, 作迭代

$$\overline{P}^{(k)} = A\overline{P}^{(k-1)} + (L + \Pi\lambda), \quad (k = 1,2,\cdots),$$

必有极限 $\lim_{k\to\infty} \overline{P}^{(k)} = \overline{P}^*$ 满足(4), 即有

$$\overline{P}^* = A\overline{P}^* + (L + \Pi\lambda) = (I + A + A^2 + \cdots + A^k + \cdots)(L + \Pi\lambda) = (I - A)^{-1}(L + \Pi\lambda).$$

研究两种定价方式: 产品 j 一个单位的定价 P_j(侧重工资方面分摊, 反映活劳动消耗量)与 $\overline{P}_j$(侧重成本方面分摊, 反映物化劳动消耗量), 考虑其差 $\Delta P_j = \overline{P}_j - P_j$, $(j = 1,2,\cdots,n)$. 那么, 若 $\Delta P_j > 0$, 即 $\overline{P}_j > P_j$, 反映 $\lambda_j > \beta_j$, 此时表明定价价格中物化劳动比重偏大. 若 $\Delta P_j < 0$, 即 $\overline{P}_j < P_j$, 反映 $\lambda_j < \beta_j$, 此时表明活劳动比重偏大. 若 $\Delta P_j = 0$, 即 $\overline{P}_j = P_j$, 此时表明 $\lambda_j = \beta_j$, 基本上物化劳动与活劳动的比重均衡, 此时($\Delta P_j = 0$ 时)也表明摊配方法改变不影响 j 种产品的定价价格.

§2 关于价格形成中盈利额分摊评估的商榷

文献[1]在叙述了正确的盈利分摊分析之后, 却下结论说: "分配盈利额方法的改变, 只会引起盈利额在不同产品之间的重新分配, 而不会改变总的价值量. 因此有

$$\sum_{j=1}^{n} q_j(\overline{P}_j^* - P_j^*) = 0. \tag{I}$$

故说 $\overline{P}^*$ 是 P^* 的一种转化形态"(见[1]第 136 页). 本文作者认为[1]中的这一评估结论(I)是

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

欠妥的，应予修正. 理由如下所述.

记以物化劳动为主来予以分配盈利额时的总价值量为 $\bar{\sigma}=\sum_{j=1}^{n}q_j\bar{P}_j^*$，以活劳动为主分配盈利额时的总价值量为 $\sigma=\sum_{j=1}^{n}q_jP_j^*$. 如今考虑分配盈利额方法的改变，总的价值量的改变量记为

$$\sigma^*=\bar{\sigma}-\sigma=\sum_{j=1}^{n}q_j(\bar{P}_j^*-P_j^*). \qquad (\mathrm{I}^*)$$

又记

$$\sigma^{(k)}=\sum_{j=1}^{n}q_i(\bar{P}_j^{(k)}-P_j^{(k)}) \qquad (\mathrm{I}_k)$$

表示通过 $k-1$ 次中间环节，而形成的盈利分配的改变量.

运用 P^* 与 $\bar{P}^*$ 满足(3)与(4)有

$$P^*=(I-A)^{-1}(L+H\beta), \qquad (\mathrm{II}^*)$$

$$\bar{P}^*=(I-A)^{-1}(L+H\lambda). \qquad (\bar{\mathrm{II}}^*)$$

记 n 维矢量 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T$ 及 $y=(y_1,y_2,\cdots,y_n)^T$ 的内积为 $(x,y)=\sum_{i=1}^{n}x_iy_i$，则用($\mathrm{II}^*$)，($\bar{\mathrm{II}}^*$)代进($\mathrm{I}^*$)有

$$\sigma^*=\bar{\sigma}-\sigma=(q,\bar{P}^*)-(q,P^*)=H[(q,(I-A)^{-1}\lambda)-(q,(I-A)^{-1}\beta)].$$

或([1]486 页)

$$\sigma^*=H\sum_{k=0}^{\infty}[(q,A^k\lambda)-(q,A^k\beta)],$$

即可推出若 $\sigma^*=0$ 则必有对任意 i，$(q,A^i\lambda)-(q,A^i\beta)\equiv 0$，其条件是或 $\lambda=\beta$ 或 q 与一切的 $A^i\lambda$，$A^i\beta$ 正交，但一般情况下，是不成立的. 因此只要 $\lambda\neq\beta$ 则 $\sigma^*\neq 0$.

下面我们可以举一反例如下：取

$$A=\begin{bmatrix}0.100&0.100&0.010&0.050&0.050\\0.050&0.250&0.030&0.100&0.100\\0.200&0.250&0.600&0.500&0.500\\0.100&0.025&0.030&0.050&0.150\\0.050&0.025&0.040&0.100&0.100\end{bmatrix},$$

可得 $B=(I-A)^{-1}-I$ (见[1]30 页及 31 页)，有

$$B=\begin{bmatrix}0.1590&0.1861&0.0672&0.1311&0.1443\\0.1630&0.4285&0.1624&0.2764&0.3040\\1.0804&1.2815&1.9928&1.9983&2.1981\\0.1821&0.1166&0.1304&0.1738&0.2912\\0.1372&0.1199&0.1558&0.2342&0.2576\end{bmatrix}.$$

若

$$q=(q_1,q_2,q_3,q_4,q_5)^T=(2,3,5,10,1)^T,$$

$$L=(l_1,l_2,l_3,l_4,l_5)^T=(50,10,20,10,20)^T,$$

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

注意到(*)与(**)关系,有

$$(q,B\beta)=(q,\frac{BL}{(q,L)})=\frac{(q,BL)}{(q,L)},$$

及 W 满足 $W=(I-A)^{-1}L$,有

$$(q,B\lambda)=(q,\frac{BW}{(q,W)})=(q,\frac{B(I-A)^{-1}L}{(q,(I-A)^{-1}L)})=\frac{(q,B(I-A)^{-1}L)}{(q,(I-A)^{-1}L)},$$

以及算得

$$(I-A)^{-1}=I+B=\begin{pmatrix}1.1590 & 0.1861 & 0.0672 & 0.1311 & 0.1443\\ 0.1630 & 1.4285 & 0.1624 & 0.2764 & 0.3040\\ 1.0804 & 1.2815 & 2.9928 & 1.9983 & 2.1981\\ 0.1821 & 0.1166 & 0.1304 & 1.1738 & 0.2912\\ 0.1372 & 0.1199 & 0.1558 & 0.2342 & 1.2576\end{pmatrix},$$

就有 $(q,L)=350$,以及

$$BL=\begin{pmatrix}15.352\\ 24.550\\ 170.636\\ 20.441\\ 18.669\end{pmatrix},\quad (I-A)^{-1}L=\begin{pmatrix}65.352\\ 34.550\\ 190.636\\ 30.441\\ 38.669\end{pmatrix},\quad B(I-A)^{-1}L=\begin{pmatrix}39.2022140\\ 76.5856058\\ 640.6101258\\ 57.3391222\\ 59.9003448\end{pmatrix}.$$

$(q,BL)=1180.613$,故

$$(q,B\beta)^{-1}=\frac{(q,L)}{(q,BL)}=0.296456163,\quad (q,(I-A)^{-1}L)=1530.613,$$

$$(q,B(I-A)^{-1}L)=4144.503441,\quad (q,B\lambda)^{-1}=\frac{(q,(I-A)^{-1}L)}{(q,B(I-A)^{-1}L)}=0.369311552.$$

由此得 $(q,B\beta)^{-1}\neq(q,B\lambda)^{-1}$,从而 $(q,B\beta)\neq(q,B\lambda)$,即 $\sigma^*\neq 0$. 因此对于两种定价价格总量的计算即 σ 与 $\bar{\sigma}$ 来说,[1]中认为总改变量 $\sigma^*=\bar{\sigma}-\sigma=0$ 为不变恒等于零的结论(I)式是不妥的. 而应当说在 $k=0$ 时,即开始时,无论取那一种盈利额分摊方式,均有 $\sigma^{(0)}=0$,即不会因盈利额分配方式不同而改变其总改变量的. 但只要一经中间环节迭代后,其最终状态就不一定具有这种不变性了. 上述反例及有关的论述已表明了这一点.

§3 关于盈利额分摊计算的一个新建议

我们如果既考虑工资总额在盈利分摊中的作用,又考虑成本技术设备的投资总额在盈利分摊中的作用,那么我们建议可以考虑商品 j 的定价价格为 $\widetilde{P}_j$ 按如下方式计算:

$$\widetilde{P}_j=\sum_{i=1}^{n}a_{ij}\widetilde{P}_j+\{l_j+\Pi[\mu\beta_j+(1-\mu)\lambda_j]\},\quad (j=1,2,\cdots,n).$$

记 $\widetilde{P}=(\widetilde{P}_1,\widetilde{P}_2,\cdots,\widetilde{P}_n)^T$,其中 $0\leqslant\mu\leqslant 1$ 称为一个在价格计算中的盈利分摊的倾向参数. 或简称为价格倾向参数. 有

$$\widetilde{P}=A\widetilde{P}+\{L+\Pi[\mu\beta+(1-\mu)\lambda]\}.\tag{5}$$

记 $\widetilde{P}^{(0)}=\Pi[\mu\beta+(1-\mu)\lambda]$,作迭代

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

$$\tilde{P}^{(k)} = AP^{(k-1)} + \{L + \Pi[\mu\beta + (1-\mu)\lambda]\} \quad (k = 1,2,\cdots).$$

经同样讨论，有 $\lim\limits_{k\to\infty}\tilde{P}^{(k)} = \tilde{P}^*$ 满足(5)，即有

$$\tilde{P}^* = (I-A)^{-1}\{L + \Pi[\mu\beta + (1-\mu)\lambda]\}.$$

当 $\mu=0$ 时(5)即(4)，即倾向于考虑以物化劳动为主的盈利额分摊方式；当 $\mu=1$ 时(5)为(3)，倾向于以活劳动为主的盈利额分摊方式. 记 $\sigma_1 = \sum\limits_{j=1}^{n} q_j(\tilde{P}_j^* - P_j^*)$，那么有

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= (q,\tilde{P}^*) - (q,P^*)\\ &= (q,(I-A)^{-1}\{L + \Pi[\mu\beta + (1-\mu)\lambda]\}) - (q,(I-A)^{-1}(L + \Pi\beta))\\ &= \Pi\{q,(I-A)^{-1}[\mu\beta + (1-\mu)\lambda]) - q(I-A)^{-1}\beta)\}\\ &= \Pi(1-\mu)[(q,(I-A)^{-1}\lambda) - (q,(I-A)^{-1}\beta)]\\ &= \Pi(1-\mu)[(q,\beta\lambda) - (q,B\beta)] = (1-\mu)\sigma^*,\end{aligned}$$

易见

$$\sigma_{\mathrm{I}} = \sum_{j=1}^{n} q_j(\bar{P}_j^* - \tilde{P}_j^*) = \sigma^* - \sigma_1 = \mu\sigma^*.$$

所以若用 $\tilde{P}^*$ 代替 P^* 或 $\bar{P}^*$ 将产生价格计算中的定价价格变动，其中 μ 为价格确定的倾向参数，若取 μ 数值很小(接近于零)，则 $\tilde{P}^*$ 接近于 $\bar{P}^*$. 若 μ 取值较大(接近于 1)，则 $\tilde{P}^*$ 接近于 P^*；若取 $\mu=\frac{1}{2}$，则此时 $\sigma_1=\sigma_{\mathrm{I}}$，变动差额两边均衡，即此时成本总额与工资总额在盈利额分摊中各占一半. 因此取何值，可在价格形成的计算中按实际情况而予以控制选取.

参 考 文 献

[1] 陈锡康、李秉全、阎树海、薛新伟著，经济数学方法与模型， 中国财政经济出版社出版，1982，北京.

The Problem of Allocation of Profits on the Price Formation Process of Mathematical Economics

Shao Pincong

(Institute of Applied Math. of Shandong Province & Qingdao University)

Abstract

In this paper, we give some discussion on the theory of the allocation of profits on the price formation process, and corrected some theory of [1]. About the pricing model, associating the model of the allocation of profits which reflect mainly the total sum of the salary and the model of the allocation of profits which reflect mainly the total sum of the productive material and technical conditions. We introduce a diretion paremeter and form a new model of the allocation of profits.

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.