第13卷第3期 数学研究与评论 Vol. 13 No. 3
1993年8月 JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION Aug. 1993

一类包含S－闭空间和紧空间的拓扑空间*

李 进 金
(福建漳州师范学院，363000)

摘 要

本文定义了WS－闭空间的概念，它是S－闭空间和紧空间的推广．文中讨论了WS－闭空间的一些性质，推广了S－闭空间的一些结果．

设 X 是拓扑空间，记 $R(x)=\{W: x\in P\subset W\subset X, P、W$ 分别为 X 的正则闭集和开集$\}$.

定义1 拓扑空间 X 的开复盖 $\mathscr{U}$ 称为SU开复盖，是指 X 中存在 $\mathscr{U}$ 的正则闭加细．

定义2 拓扑空间 X 的滤基 $F=\{F_\alpha:\alpha\in\Gamma\}$ WS－收敛于 $x\in X$，是指对每个 $W_x\in R(x)$，存在 $F_\alpha\in F$ 使 $F_\alpha\subset W_x$；$x\in X$ 是 F 的WS－触点，是指对每个 $W_x\in R(x)$ 及每个 $F_\alpha\in F$，都有 $W_x\cap F_\alpha\neq\varnothing$；同样可定义网的WS－收敛性和WS－触点．

定义3 $A\subset X$ 在 X 中的WS－闭包记作 $\mathrm{Cl_{WS}}(A)$，而 $\mathrm{Cl_{WS}}(A)=\{x\in X$：对每个 $W_x\in R(x)$，有 $W_x\cap A\neq\varnothing\}$；若 $\mathrm{Cl_{WS}}(A)=A$，则称 A 为 X 的WS－闭集；X 的WS－闭集的余集称为 X 的WS－开集；由WS－开集族构成的 X 的复盖称为 X 的WS－开复盖．

定义4 拓扑空间 X 称为WS－闭空间，若 X 的每个SU开复盖 $\mathscr{U}$ 有有限子复盖．

显然每个S－闭空间和紧空间都是WS－闭空间，但反之不然，$X=[0,1]$ 按通常拓扑为WS－闭空间，但 X 不是S－闭空间；由[4]知存在非紧的 T_2 的S－闭空间，因而存在非紧的WS－闭空间．

WS－闭空间有如下性质

定理1 设 X 是拓扑空间，则下面等价

(1) X 是WS－闭空间；(2) X 的每个滤基F有WS－触点；(3) X 的每个极大滤基F一定WS－收敛；(4) X 的每个网 (θ,D) 有WS－触点；(5) X 的任何一个具有有限交性质的WS－闭集族其交不空；(6) X 的每个WS－开复盖有有限子复盖．

推论1 设 X 是 P_E 型空间[2]，则 X 是WS－闭空间的充要条件是 X 为紧空间．

定理2 WS－闭空间 X 在每个极不连通的 $T_{1\frac{1}{2}}$ 空间 Y[2] 中的同胚象总是 Y 中的闭集．

定理3 设 X 是极不连通空间，则下面等价

(1) X 是WS－闭空间；(2) X 是S－闭空间；(3) X 是 $H(i)$ 空间[2]；(4) X 是近似紧空间．

定理4 设 X 是WS－闭空间，Y 为 X 的开闭子空间，则 Y 是 X 的WS－闭子空间．

* 1991年2月13日收到．国家自然科学基金资助项目．

定理 5 若空间 X 可写成有限个 WS－闭子空间的并，则 X 是 WS－闭空间.

定义 5 设 $f:X\to Y$ 是从 X 到 Y 中的映射，若对 Y 中的每个 WS－开集 G，$f^{-1}(G)$ 为 X 的 WS－开集，则 f 称为 WS－连续映射；若对 X 中的每个 WS－闭集 F，$f(F)$ 为 Y 中的 WS－闭集，则 f 称为 WS－闭映射.

定理 6 设 X 是 WS－闭空间，Y 为拓扑空间，$f:X\to Y$ 上的 WS－连续映射，则 Y 是 WS－闭空间.

推论 2 设 X 是 WS－闭空间，Y 为拓扑空间，$f:X\to Y$ 上的连续开映射，则 Y 是 WS－闭空间.

定理 7 若 $f:X\to Y$ 上的 WS－闭映射且 (1) Y 是 WS－闭空间； (2) 对任意 $y\in Y$，$f^{-1}(y)$ 相对 X 是 WS－闭的（即对 X 中的 WS－开集构成的 $f^{-1}(y)$ 的每个复盖有有限子复盖），则 X 是 WS－闭空间.

参 考 文 献

[1] T. Thompson, *S—closed space*, Proc. Amer. Math. Soc., 60(1976), 335—338.

[2] 王国俊，S—闭空间的性质，数学学报，21(1981)，55—63.

[3] 王国俊，S—闭空间的绝对闭性，科学通报，21(1982)，1289—1291.

[4] 周浩旋，弱连续性在绝对理论与S—闭空间理论中的应用，陕西师大学报(自然科学版)，1979，16—24.

A Class of Topological Space which Contains S-Closed Spaces and Compact Spaces

Li Jinjin

(Zhangzhou Normal College, Fujian)

Abstract

This paper introduces the concept of WS-closed space, which generalizes that of S-closed space and compact space. Properties of WS-closed spaces are given, which generalize some well-known theorems on S-closed spaces.