第16卷第3期　　数学研究与评论　　Vol.16 No.3
1996年8月　JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION　Aug. 1996

两参数齐次独立增量过程在原点的局部性质*

李　应　求
(长沙电力学院应用数学研究所, 长沙410077)

摘　要　Adler 曾经给出了两参数独立增量过程的特征函数的一般形式. 本文对齐次情形给出了更具体的表达式, 引进了累积量的概念. 在此基础上, 研究了比值 $X(s,t)/st$ 在原点的分布, 单调过程在原点的局部性质以及任意过程在原点的局部增长. 由此得到了 Brown 单和不包含高斯分量的过程在原点的局部增长.

关键词　独立增量过程, 累积量, 局部增长
分类号　AMS(1991) 60J30/CCL O211.62

1　引　言

设 $R_+^2=\{(s,t): s\geq 0, t\geq 0\}$, 对任意 $z_i=(s_i,t_i)\in R_+^2$, $z_1\leq z_2$ 和 $z_1<z_2$ 均表示 z_1, z_2 的分量有相应的关系. 如 $z_1<z_2$, 称 $(z_1,z_2]=\{z: z_1<z\leq z_2\}$ 为矩形. 设 $X=\{X(z): z\in R_+^2\}$ 是完备概率空间 (Ω, F, P) 上的两参数随机过程. 称 $X(z_1,z_2]=X(z_1)-X(s_1,t_2)-X(s_2,t_1)+X(z_2)$ 为 X 在矩形 $(z_1,z_2]$ 上的增量.

定义1　称随机连续的零初值过程 $X=\{X(z): z\in R_+^2\}$ 为两参数齐次独立增量过程, 如果

1)　对任意有限多个互不相交的矩形 $A_1, A_2, \cdots, A_n$, 诸 $X(A_i)$, $1\leq i\leq n$, 相互独立;

2)　对任意 $z\in R_+^2$ 及矩形 A 都有 $X(A)$ 和 $X(A+z)$ 同分布, 其中 $A+z=\{x+z: x\in A\}$.

除特别说明外, 本文恒设 X 为两参数齐次独立增量过程.

2　特征函数的一般形式

定理1　X 的特征函数 $\varphi(z,\lambda)=E\{\exp[i\lambda x(z)]\}$ 具有形式: $\varphi(z,\lambda)=\exp[stk(\lambda)]$, $z=(s,t)\in R_+^2$, 其中 $k(\lambda)=ia\lambda-b\lambda^2/2+\int_{\infty}^{\infty}[\exp(i\lambda x)-1-i\lambda x/(1+x^2)](1+x^2)/x^2N(dx)$, a, b 为常数, $N(dx)$ 为有限正 Borel 测度.

证明　设 $k(z,\lambda)=\ln E\{\exp[i\lambda X(z)]\}$, 由[2]中定理3.1知 $k(z,\lambda)=ia(z)\lambda-b(z)\lambda^2/2$

*　1993年11月26日收到. 95年7月31日收到修改稿. 国家自然科学基金和电力部青年教师学术基金资助.

$+\int_{\infty}^{\infty}[\exp(i\lambda x)-1-i\lambda x/(1+x^2)](1+x^2)/x^2 N(z,dx)$, 由$X$的增量的独立性与齐次性有

$$k(s+u,t+v,\lambda)=k(s,t,\lambda)+k(s,v,\lambda)+k(u,t,\lambda)+k(u,v,\lambda),$$

于是

$$a(s+u,t+v)=a(s,t)+a(s,v)+a(u,t))+a(u,v),$$
$$b(s+u,t+v)=b(s,t)+b(s,v)+b(u,t)+b(u,v),$$
$$N(s+u,t+v,A)=N(s,t,A)+N(s,v,A)+N(u,t,A)+N(u,v,A),$$

由此得$a(s,t)=ast, b(s,t)=bst, N(s,t,A)=N(A)st$, 其中$a=a(1,1), b=b(1,1), N(A)=N(1,1,A)$.

定义2 称$k(\lambda)$为X的累积量, a为移动系数, b为扩散系数, N为谱测度

3 比值$X(s,t)/st$的分布

下面我们讨论当$s\downarrow 0, t\downarrow 0$时, 比值$X(s,t)/st$的分布.

定理2 如果X的变差有界, 其累积量为

$$k(\lambda)=ia\lambda+\int_{\infty}^{\infty}[\exp(i\lambda x)-1]N(dx), \tag{1}$$

则$P(\lim_{s\downarrow 0,t\downarrow 0}X(s,t)/st=a)=1$.

证明 对每个$\delta>0$, 以(1)中$k(\lambda)$为累积量的过程X可表示为: $X(s,t)=ast+X^+(s,t,\delta)+X^-(s,t,\delta)+\eta(s,t,\delta)$, 其中$X^+(s,t,\delta)=X_{(0,\delta)}(s,t)$, $X^-(s,t,\delta)=X_{(-\delta,0)}(s,t)$是独立增量过程, 其累积量分别为$\int^{\delta}[\exp(i\lambda x)-1]N(dx)$和$\int_{\delta}[\exp(i\lambda x)-1]N(dx)$(见[2]). 而$\eta(s,t,\delta)=X_{(-\infty,-\delta)\cup(\delta,\infty)}(s,t)$, 对所有$\delta>0$和充分小的$s,t$有$\eta(s,t,\delta)=0$. 因此, 为证定理结论, 只需证明通过选择$\delta>0$, 可使$\lim_{s\downarrow 0,t\downarrow 0}X(s,t,\delta)/st$任意地小, 其中$X(s,t,\delta)=X^+(s,t,\delta)-X^-(s,t,\delta)$. 令$\xi(m,n)=2^{m+n}X(2^{-m},2^{-n},\delta)$, 由于对充分小的$s,t>0$, 总存在$m,n$使得$2^{-(m+1)}<s\le 2^{-m}, 2^{-(n+1)}<t\le 2^{-n}$, 且$X(*,*,\delta)$是单增过程, 于是有

$$X(s,t,\delta)/st\le X(2^{-m},2^{-n},\delta)/st\le 4X(2^{-m},2^{-n},\delta)/2^{-m-n},$$
$$\overline{\lim_{s\downarrow 0,t\downarrow 0}}X(s,t,\delta)/st\le 4\overline{\lim_{m\to\infty,n\to\infty}}\xi(m,n).$$

由于

$$\begin{aligned}&E[\xi((m,n),(m+1,n+1)]|F^*_{mn}]\\&=E\{[\xi(m+1,n+1)+2^{m+n+2}X(2^{-m-1},2^{-n},\delta)-2^{m+n+2}X(2^{-m-1},2^{-n-1},\delta)]/2-\xi(m+1,n)\\&\quad-[\xi(m,n+1)+2^{m+n+1}X(2^{-m},2^{-n},\delta)-2^{m+n+1}X(2^{-m},2^{-n-1},\delta)]/2+\xi(m,n)|F^*_{mn}]=0,\end{aligned}$$

其中$F^*_{mn}=\sigma(\xi(k,1):k\le m$ 或 $l\le n)$, 所以$\{\xi(m,n)\}$是两参数强鞅, 用两参数鞅理论知存在

$$\xi(\infty)=\lim_{m\to\infty,n\to\infty}\xi(m,n), E[\xi(\infty)]\le E[\xi(1,1)]=4E[X(1/2,1/2,\delta)]=\int_{\delta}|x|N(dx),$$

于是

$$E\overline{\lim_{s\downarrow 0,t\downarrow 0}}X(s,t,\delta)/st\le 4\int_{\delta}|x|N(dx). \tag{2}$$

由 $\delta > 0$ 的任意性及(2)即可得证定理结论.

4　单调过程的局部性质

定理3　设 X 的累积量为 $k(\lambda) = \int_0^\infty [\exp(i\lambda x) - 1] N(dx)$, 函数 $g(x)$ 对 $x \geq 0$ 定义, $g(0) = 0$, 当 $x > 0$ 时 $g(x) > 0$, 而且 $g(x)$ 连续, 单调, 并满足 $g(x + y) \leq g(x) + g(y)$, $\int_0^\infty g(x) N(dx) = \infty$, 则 $P\{\overline{\lim_{s\downarrow 0, t\downarrow 0}} g[X(s, t)]/st = \infty\} = 1$.

证明　令 $M(x) = \int_x^\infty N(dx)$, 设 $d(m, n)$ 满足 $g[d(m, n)] = 2^{-(m+n)} g(1)$, 由[1]中定理4.3.2的证明知

$$\sum_{m=1}^\infty \sum_{n=1}^\infty M[d(m, n)]/2^{m+n} = \infty. \tag{3}$$

令 $A(m, n) = \{\omega: X((2^{-(m+1)}, 2^{-(n+1)}), (2^{-m}, 2^{-n})] > d(m, n)\}$, 则

$$P[A(m, n)] = 1 - \exp\{-M[d(m, n)]/2^{m+n+2}\}.$$

由于事件 $A(m, n)$ 相互独立, 且由(3)

$$\sum_{m=1}^\infty \sum_{n=1}^\infty [A(m, n)] = \sum_{m=1}^\infty \sum_{n=1}^\infty \{1 - \exp\{-M[d(m, n)]/2^{m+n+2}\} = \infty.$$

因此事件 $A(m, n)$ 有无穷多个出现. 如果 $A(m, n)$ 出现, 则 $X(2^{-m}, 2^{-n}) > d(m, n)$, $g[X(2^{-m}, 2^{-n})] > 2^{-(m+n)} g(1)$. 因此 $\overline{\lim_{m\to\infty, n\to\infty}} 2^{m+n} g[X(2^{-m}, 2^{-n})] > g(1) > 0$, 类似于[1]中定理4.3.2的证明易得 $\overline{\lim_{s\downarrow 0, t\downarrow 0}} g[X(s, t)]/st \geq \overline{\lim_{m\to\infty, n\to\infty}} 2^{m+n} g[X(2^{-m}, 2^{-n})] = \infty$.

5　任意过程的局部增长

本节给出的定理4可用来估计任意过程的局部增长.

定理4　设 $\varphi(z)$, $(0, 0) \leq z \leq (1, 1)$, 是零初值连续递增非负函数, 满足

i)　$\lim_{u\downarrow 1, v\downarrow 1} \sup_{s, t} \left|\varphi(us, vt)/\varphi(s, t) - 1\right| = 0$;

ii)　对任意 $\epsilon > 0$, 存在 $\alpha(\epsilon) > 0$, 使 $P[X(z) < -\epsilon\varphi(z)] \leq 1 - \alpha(\epsilon)$;

1)　如果 $\iint \{P[X(s, t) > \varphi(s, t)]/st\} ds dt < \infty$, 则 $P[\overline{\lim_{s\downarrow 0, t\downarrow 0}} X(s, t)/\varphi(s, t) \leq 1\} = 1$;

2)　如果 $\iint \{P[X(s, t) > \varphi(s, t)]/st\} ds dt = \infty$, 则 $P[\overline{\lim_{s\downarrow 0, t\downarrow 0}} X(s, t)/\varphi(s, t) \geq 1\} = 1$.

证明　由[1]中引理4.3.2, X 的可分性及 ii), 对 $a < 1$ 有

$$P[\sup_{0\leq s\leq a^m, 0\leq t\leq a^n} X(s, t) > (1 + 2\epsilon)\varphi(a^m, a^n)] \leq P[X(u, v) > (1 + \epsilon)\varphi(a^m, a^n)]/\alpha(\epsilon),$$

其中 $a^m < u < a^{m-1}$, $a^n < v < a^{n-1}$. 由 i), 当 a 取离1充分近的值时, $(1 + \epsilon)\varphi(a^m, a^n) > \varphi(a^{m-1}, a^{n-1})$, 于是有

$$\sum_{m=1}^\infty \sum_{n=1}^\infty P[\sup_{0\leq s\leq a^m, 0\leq t\leq a^n} X(s, t) > (1 + 2\epsilon)\varphi(a^m, a^n)]$$

$$\le \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\{\int_{a^m}^{a^{m-1}}\int_{a^n}^{a^{n-1}} P[X(s,t)>\varphi(s,t)]/stdsdt\}/[\alpha(\epsilon)(1-a)^2]$$

$$\le \{\iint P[X(s,t)>\varphi(s,t)]/stdsdt\}/[\alpha(\epsilon)(1-a)^2]<\infty.$$

由Borel-cantel引理,以概率1从某个m,n起对所有满足条件$a^{m+1}\le s\le a^m$, $a^{n+1}\le t\le a^n$的s,t有$X(s,t)\le(1+2\epsilon)\varphi(a^m,a^n)\le(1+2\epsilon)(1+\epsilon)\varphi(s,t)$,于是以概率1有

$$\varlimsup_{s\downarrow 0,t\downarrow 0} x(s,t)/\varphi(s,t)\le(1+2\epsilon)(1+\epsilon).$$

由$\epsilon>0$的任意性即得证定理第一部分结论.下证第二部分结论.由i)知,对任意$\epsilon>0$,存在$\delta>0$,当$0<1-a<\delta$时有$\varphi(a^i,a^j)-\varphi(a^{i+1},a^j)\le\epsilon\varphi(a^i,a^j)/2$.设$a^{i+1}<s<a^i$, $a^{j+1}<t<a^j$,则

$$\begin{aligned}P[X(a^i,a^j)>(1-\epsilon)^2\varphi(a^i,a^j)]&\ge P\{X(s,a^j)>(1-\epsilon)\varphi(s,a^j)]P[X(a^i,a^j)-X(s,a^j)\\&>-(1-\epsilon)\{\epsilon\varphi(a^i,a^j)-[\varphi(a^i,a^j)-\varphi(a^{i+1},a^j)]\}\varphi(a^i-s,a^j)/\varphi(a^i-a^{j+1},a^j)]\\&\ge\alpha[\epsilon(1-\epsilon)/2]P[X(s,a^j)>(1-\epsilon)\varphi(s,a^j)]\\&\ge\alpha[\epsilon(1-\epsilon)/2]\alpha(\epsilon/2)P[X(s,t)>\varphi(s,t)].\end{aligned}\tag{4}$$

(4)中最后一不等式用到[1]中定理4.3.2证明的结论.(4)中的两边对$s\in(a^{i+1},a^i)$和$t\in(a^{j+1},a^j)$积分得(4)左边$\ge\alpha[\epsilon(1-\epsilon)/2]\alpha(\epsilon/2)a^2\int_{a^{i+1}}^{a^i}\int_{a^{j+1}}^{a^j}P[X(s,t)>\varphi(s,t)]/stdsdt\}/(1-a)^2$,所以

$$\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}P[X(a^i,a^j)>(1-\epsilon)^2\varphi(a^i,a^j)]=\infty.$$

于是存在k,l,M,N,使得

$$\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}P[X(a^{k+Mi},a^{l+Nj})>(1-\epsilon)^2\varphi(a^{k+Mi},a^{l+Nj})]=\infty.\tag{5}$$

又

$$\begin{aligned}&P\{X[a^{k+Mi}/(1-a^M),a^{i+Nj}]-X(a^{k+Mi+M}/(1-a^M),a^{l+Nj}]>(1-\epsilon)^2\varphi(a^{k+Mi},a^{l+Nj})\}\\&=P[X(a^{k+Mi},a^{l+Nj})>(1-\epsilon)^2\varphi(a^{k+Mi},a^{l+Nj})],\end{aligned}\tag{6}$$

而且对不同的i,j,(6)左边的事件相互独立.由(5),在它们之中以概率1出现无穷多个事件,于是以概率1存在序列i_q,j_r,使

$$X[a^{k+Mi_q}/(1-a^M),a^{l+Nj_r}]-X[a^{k+Mi_q+M}/(1-a^M),a^{l+Nj_r}]>(1-\epsilon)^2\varphi(a^{k+Mi_q},a^{l+Nj_r}).\tag{7}$$

由于$\lim_{\substack{q\to\infty\\r\to\infty}}X[a^{k+Mi_{q+1}+M}/(1-a^M),a^{l+Nj_r}]/\varphi(a^{k+Mi_q},a^{l+Nj_r})=0$,则自某个$q,r$起有

$$|X[a^{k+Mi_{q+1}+M}/(1-a^M),a^{1+Nj_r}]|\le\epsilon\varphi(a^{k+Mi_q},a^{l+Nj_r})/2.\tag{8}$$

考察事件

$$\{X[a^{k+Mi_q+M}/(1-a^M),a^{l+Nj_r}]-X[a^{k+Mi_{q+1}+M}/(1-a^M),a^{l+Nj_r}]\ge-\epsilon\varphi(a^{k+Mi_q},a^{l+Nj_r})/2\},\tag{9}$$

这些事件相互独立,且由条件ii),有

$$\begin{aligned}&P\{X[a^{k+Mi_q+M}/(1-a^M),a^{l+Nj_r}]-X[a^{k+Mi_{q+1}+M}/(1-a^M),a^{l+Nj_r}]\ge-\epsilon\varphi(a^{k+Mi_q},a^{l+Nj_r})/2\}\\&=P\{X[a^{k+Mi_q+M}(1-a^{M(i_{q+1}-i_q)})/(1-a^M),a^{l+Nj_r}]\ge-\epsilon\varphi(a^{k+Mi_q},a^{l+Nj_r})/2\}\\&\ge\alpha(\epsilon/2)>0.\end{aligned}$$

所以(9)的事件出现无穷多个,但对于使(8),(9)的事件出现的i_q,j_r有

$$X[a^{k+Mi_q+M}/(1-a^M),a^{l+Nj_r}]>-\epsilon\varphi(a^{k+Mi_q},a^{l+Nj_r}).\tag{10}$$

由(7)及(10),知存在无穷序列$\{i_q\}$, $\{j_r\}$,使得

$$X[a^{k+Mi_q}/(1-a^M), a^{l+Nj_r}] > (1-3\epsilon+\epsilon^2)\varphi(a^{k+Mi_q}, a^{l+Nj_r}). \tag{11}$$

又由条件 i)知存在M, N 使

$$(1-3\epsilon+\epsilon^2)\varphi(a^{k+Mi_q}, a^{l+Nj_r}) \geq (1-3\epsilon)\varphi[a^{k+Mi_q}/(1-a^M), a^{l+Nj_r}],$$

对此M, N,由(11)得

$$\overline{\lim_{\substack{q\to\infty\\ r\to\infty}}} X[a^{k+Mi_q}/(1-a^M), a^{l+Nj_r}]/\varphi[a^{k+Mi_q}/(1-a^M), a^{l+Nj_r}]$$

$$\geq \overline{\lim_{\substack{q\to\infty\\ r\to\infty}}}(1-3\epsilon+\epsilon^2)\varphi(a^{k+Mi_q}, a^{l+Nj_r}]/\varphi[a^{k+Mi_q}/(1-a^M), a^{l+Nj_r}] \geq (1-3\epsilon).$$

由$\epsilon>0$的任意性得证定理第二部分结论

注1 如果定理4中的积分换成从0到δ的积分,则可设φ为任意$[0,\delta]^2$上的函数,并且在该区间上满足定理4条件,此时定理4成立

定理5 如果X 是Brown 单,则$P[\overline{\lim_{s\downarrow 0, t\downarrow 0}} X(s,t)/\sqrt{2st\ln\ln 1/st}=1]=1$.

证明 令$\varphi(s,t)=(1+\epsilon)\sqrt{2st\ln\ln 1/st}$,则$s\to 0$, $t\to 0$时有

$$P[X(s,t)<-\epsilon\varphi(s,t)] \leq \sqrt{st}\exp[-\epsilon^2\varphi^2(s,t)/(2st)]/[\sqrt{2\pi}\epsilon\varphi(s,t)]$$

$$\leq \sqrt{st}/[\sqrt{2\pi}\epsilon\varphi(s,t)] \to 0.$$

于是定理4中条件 ii)满足 又由于$P[X(s,t)>\varphi(s,t)] \leq (\ln 1/st)^{-(1+\epsilon)^2}/\sqrt{4\pi(1+\epsilon)^2\ln\ln 1/st}$,所以对充分小的$\delta>0$,有$\iint_0^\delta P[X(s,t)>\varphi(s,t)]/(st)\,ds\,dt<\infty$,因此

$$P[\overline{\lim_{s\downarrow 0, t\downarrow 0}} X(s,t)/\sqrt{2(1+\epsilon)^2 st\ln\ln 1/st} \leq 1]=1.$$

由$\epsilon>0$的任意性有

$$P[\overline{\lim_{s\downarrow 0, t\downarrow 0}} X(s,t)/\sqrt{2st\ln\ln 1/st} \leq 1]=1. \tag{12}$$

对$\lambda<1$, $\lambda\sqrt{2\ln\ln 1/st}\geq 1$,选择$\Delta$满足$\lambda^2(1+\Delta)^2=\gamma\leq 1$,则

$$P[X(s,t)>\lambda\sqrt{2st\ln\ln 1/st} \geq \Delta\exp[-(\Delta+\lambda\sqrt{2\ln\ln 1/st})^2/2]/\sqrt{2\pi} \geq c(\ln 1/st)^{-\upsilon}$$

其中$c=\Delta/\sqrt{2\pi}$ 从而

$$\iint_0^\delta P[X(s,t)>\lambda\sqrt{2st\ln\ln 1/st}/st\,ds\,dt=\infty,$$

所以对一切$\lambda<1$有$P[\overline{\lim_{s\downarrow 0, t\downarrow 0}} X(s,t)/\sqrt{2st\ln\ln 1/st} \geq \lambda]=1$. 由此及(12)得所要证的结论

定理6 设X 的累积量为$k(\lambda)=-c|\lambda|^\alpha[1+i\omega(\lambda,\alpha)\lambda/|\lambda|]$, $\alpha\in[1,2)$,

$$\omega(\lambda,\alpha)=\begin{cases}\operatorname{tg}(\pi\alpha/2), & \alpha\neq 1,\\ (2\ln|\lambda|)/\pi, & \alpha=1,\end{cases}$$

$$\varphi(s,t)=\begin{cases}\alpha(\alpha-1)^{(1-\alpha)/\alpha}(c_1st)^{1/\alpha}(\ln\ln 1/st)^{(\alpha-1)/\alpha}, & 1<\alpha<2,\\ (2cst\ln 1/st)/\pi, & \alpha=1,\end{cases}$$

$c_1=c/|\cos(\pi\alpha/2)|$,则$P[\overline{\lim_{s\downarrow 0, t\downarrow 0}} X(s,t)/\varphi(s,t)=1]=1$.

证明 当$1<\alpha<2$时,$k(\lambda)=-c(i\lambda)^\alpha/\cos(\pi\alpha/2)$,由[1]中定理4 3 5的证明知有

$$c_2[\omega(s,t,\varphi)]^{-1/2}\exp[-\omega(s,t,\varphi)] \leq P[x(s,t)>\varphi] \leq \exp[-\omega(s,t,\varphi)], \tag{13}$$

其中c_2为常数,$\omega(s,t,\varphi)=-c_1st\varphi[\varphi/(c_1st\alpha)]^{1/(\alpha-1)}(\alpha-1)/\alpha$ 对$\alpha=1$的情形,类似可得(13)成立 于是对任意的$\epsilon>0$,由(13)易得

$$\iint P[X(s,t) > (1+\epsilon)\varphi(s,t)]/(st)\,ds\,dt < \infty,$$

$$\iint P[X(s,t) > (1-\epsilon)\varphi(s,t)]/(st)\,ds\,dt = \infty,$$

这里假设 $\varphi(s, t)$ **满足方程** $\omega(s, t, \varphi) = \ln\ln 1/st$, **由此方程求出** $\varphi(s, t)$. **利用定理4即证得定理**

定理7　如果 X **不包含高斯分量, 则** $P[\overline{\lim}_{s\downarrow 0, t\downarrow 0} |X(s,t)|/\sqrt{st\ln\ln 1/st} = 0] = 1$.

证明　不失一般性, 设 X **的方差有穷. 记** $\varphi(s, t) = \sqrt{st\ln|\ln st|}$, **因为** $P(|X(s,t)| > \epsilon\varphi(s, t)) \leq [DX(s,t)]/\epsilon^2\varphi(s,t)] \to 0$. **由[1]中定理4. 3. 6的证明知, 对** $c > 1$ **和一切** $\epsilon > 0$ **有**

$$\iint P[|X(s,t)| > \epsilon\varphi(s,t)]/st\,ds\,dt < \infty,$$

故由定理4证得定理

参　考　文　献

[1] N. N. 基赫曼, A. B. 斯科罗霍德, 随机过程, (第二卷, 周概容、刘嘉焜译), 科学出版社, 1986.

[2] R. J. Ader, *Representations, decompositions and sample function continuity of random fields with independent increments*, Stoch. Proc. Appl., 15(1983), 3- 30.

Some Properties of Two-parameter Stochastic Processes with Stationary Independent Increments in an Origin

Li Yingqiu

(Changsha University of Electric Power, 410077)

Abstract

The general form of characteristic function of two-parameter stochastic processes with independent increments has been given in [2]. As for stationary case, we give a more general form of characteristic function, and discuss the distribution of ratio $X(s,t)/st$, local properties of the monotonous processes and local growth of any processes in an origin. From this, we obtain the local growth properties of Brownian sheet and the processes without Gauss moment.

Keywords　stochastic processes with stationary independent increments, accumulation, local growth.