第17卷第4期 数学研究与评论 Vol. 17 No. 4
1997年11月 JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION Nov. 1997

分子格上伪补的构造*

于纯海　　谢延波
(东北民族学院, 大连116600)

摘　要　本文给出了分子格上伪补的构造定理, 并证明了当一个非平凡分子格上有伪补, 其既约因子上并不一定存在伪补, 但其准既约因子上一定存在伪补, 且任一分子格上的伪补都可表为其准既约因子上伪补的直积

关键词　分子格, 分子, 既约分子格, 准既约分子格
分类号　AMS(1991) 06B, 06D/CCL O145

1　引　言

依据[1], 完全分配格被称为分子格 分子格上的伪补在分子格的构造及格上拓扑学等相关领域中占有重要位置 [2]中指出, 任一分子格L 都有既约分解: $L = \prod_{i\in I} L_i$, 如每一L_i上有伪补N_i, 由$N = \prod_{i\in I} N_i$($N(\alpha) = \prod_{i\in I} N_i(\alpha(i))$) 可给出$L$ 上的伪补N. 是否每一分子格上都存在伪补?是否分子格L 上的伪补一定能表示成L 的既约因子L_i上的伪补的直积?[3, 4]讨论了一些特殊的分子格上伪补的构造, 本文研究一般分子格上伪补的存在性与构造问题

以上总假定$(L, \wedge, \vee, \leq)$是非平凡分子格, $M(L)$表示L 中分子的集合, $DM(L)$表示L 中素元(非1) 的集合. 当$L = \prod_{i\in I} L_i$是L 的既约分解, 在不致混淆的前提下, 把L 与$L_i (i \in I)$中的最大、最小元都记作1、0. 对$i \in I, a \in L_i$记$i_a(j) = \begin{cases} a, & j = i \\ 0, & j \neq i \end{cases}$, $i^a(j) = \begin{cases} a, & j = i \\ 1, & j \neq i \end{cases}$, $M_i(L) = \{i_a \mid a \in M(L_i)\}$, $DM_i(L) = \{i^a \mid a \in DM(L_i)\}$. 文中用到的其它未经解释的概念与术语, 其意义参看[1, 2].

命题 1.1　设L 是分子格, $L = \prod_{i\in I} L_i$是其既约分解, 则

$$M(L) = \bigcup_{i\in I} M_i(L), \quad DM(L) = \bigcup_{i\in I} DM_i(L).$$

证明　由$\alpha \in M(L)$当且仅当存在$i \in I$和$a \in M(L_i)$使得$\alpha = i_a$, 易见第一个等式成立 后一个等式类似可证

命题 1.2　设L 是既约分子格, 则:

(1)　$\forall a, b \in M(L)$, 存在$M(L)$中元素$a_1 = a, a_2, \cdots, a_k = b$, 使得: $a_i \wedge a_{i+1} \neq 0 (i = 1, \cdots, k-1)$.

* 1994年10月7日收到 1997年4月20日收到修改稿

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

(2) $\forall \alpha, \beta \in DM(L)$, 存在$DM(L)$中元素$\alpha_1 = \alpha, \alpha_2, \cdots, \alpha_s = \beta$, 使得: $\alpha_i \vee \alpha_{i+1} \neq 1 (i = 1, \cdots, s-1)$.

证明 (1) 参见[2]. (2) 由对偶性可知.

定义 1.1 设L是分子格. 如果对任一$a \in M(L)$, $L(a)$是链[2], 则称L是强分子格.

注 当X是非空集合时, $[0,1]^X$是强分子格. 更一般地, 当L是强分子格时, L^X也是.

命题 1.3 设L是分子格, 则下列事实等价: (1) L是强分子格; (2) L可表为链的直积; (3) 对任一$A \in L$, A的任意两个不同成分交为0; (4) $\forall a, b \in M(L)$, 如果有$c \in M(L)$使c是a, b的公共上界或公共下界, 则$a \leq b$或$b \leq a$.

证明 直接验证可知.

2 构造定理

引理 2.1 设N是分子格L上的伪补, $L = \prod_{i \in I} L_i$是L的既约分解, 则对每一$i \in I$, 都有唯一的$j \in I$, 使得(1) $\alpha \in M_i(L)$当且仅当$N(\alpha) \in DM_j(L)$; (2) $\alpha \in DM_i(L)$当且仅当$N(\alpha) \in M_j(L)$.

证明 易见$\alpha \in M(L)$当且仅当$N(\alpha) \in DM(L)$. 取$\alpha \in M_i(L)$, 则有$a \in M(L_i)$使得$\alpha = i_a$. 由命题1.1知, 存在$j \in I$, 使得$N(\alpha) \in DM_j(L)$. 再任取$\beta \in M_i(L)$, 且设$\beta = i_b$, $b \in M(L_i)$. 由L_i的既约性和命题1.2知, 存在$M(L_i)$中元素列: $a_1 = a, a_2, \cdots, a_k = b$使得$a_i \wedge a_{i+1} \neq 0$, 由此只要证明当$a \wedge b \neq 0$时$N(i_b) \in DM_j(L)$即可. 设$N(\beta) = N(i_b) \in DM_s(L)$. 如$s \neq j$, 由$DM_j(L) \cap DM_s(L) = \varnothing$知$N(\alpha) \vee N(\beta) = 1$, 于是$N(\alpha \wedge \beta) = 1$, $\alpha \wedge \beta = 0$, 此与假设矛盾, 所以$s = j$, $N(\beta) \in DM_j(L)$. 反之知$\gamma \in L$且$N(\gamma) \in DM_j(L)$, 则$\gamma \in M(L)$. 设$N(\alpha) = j^c$, $N(\gamma) = j^d$, 其中$c, d \in DM(L_j)$. 由L_j的既约性及命题1.2知存在$DM(L_j)$中元素列$c_1 = c, c_2, \cdots, c_s = d$使得$c_i \vee c_{i+1} \neq 1$. 由$c_1 \vee c_2 \neq 1$知$j^{c_1} \vee j^{c_2} \neq 1$, 于是$N(j^{c_1} \vee j^{c_2}) \neq 0$, 即$N(j^{c_1}) \wedge N(j^{c_2}) \neq 0$. 而$N(j^{c_1}) = N(N(\alpha)) = \alpha \in M_i(L)$, 所以$N(j^{c_2}) \in M_i(L)$. 依次类推$N(j^{c_s}) = N(j^d) = N(N(\gamma)) = \gamma \in M_i(L)$, (1)得证. 再证明(2), 由(1), 对给定的$j \in I$, 存在$s \in I$使得$\alpha \in M_j(L)$当且仅当$N(\alpha) \in DM_s(L)$, 因此只需证明$s = i$. 显然$N(i_1) = j^0$, $N(j_1) = s^0$. 由N是1-1映射知, 对每一$k \in I$都有唯一的$t \in I$使得$N(k_1) = t^0$, 且$N(t^0) = k_1$. 于是$i_1 = N(j^0) = N(\vee\{k_1 \mid k \in I, k \neq j\}) = \wedge\{N(k_1) \mid k \in I, k \neq j\} = \wedge\{t^0 \mid t \in I, t \neq s\} = s_1$, 因此$i = s$.

引理 2.2 设L_1, L_2是分子格, φ是L_1到L_2的映射. 则φ是反同构映射当且仅当: (1) $\varphi(M(L_1)) = DM(L_2)$; (2) 如$a_t \in M(L_1)$, $(t \in T)$, 则$\varphi(\bigvee_{t \in T} a_t) = \bigwedge_{t \in T} \varphi(a_t)$; (3) 如$a \in M(L_1)$, $\alpha \in L_1$且$\varphi(a) \geq \varphi(\alpha)$, 则$a \leq \alpha$.

证明 必要性是显然的. 现在证充分性, 任取$\alpha, \beta \in L_1$, 则$\alpha = \vee\{a \in M(L_1) \mid a \leq \alpha\}$, $\beta = \vee\{b \in M(L_1) \mid b \leq \beta\}$, 于是$\varphi(\alpha \vee \beta) = \varphi(\vee\{a \in M(L_1) \mid a \leq \alpha\}) \vee (\vee\{b \in M(L_1) \mid b \leq \beta\})) = \varphi(\vee\{x \in M(L_1) \mid x \leq \alpha$或$x \leq \beta\}) = \wedge\{\varphi(x) \mid x \in M(L_1)$且$x \leq \alpha$或$x \leq \beta\} = (\wedge\{\varphi(a) \mid a \in M(L_1)$且$a \leq \alpha\}) \wedge (\wedge\{\varphi(b) \mid b \in M(L_1)$且$b \leq \beta\}) = \varphi(\alpha) \wedge \varphi(\beta)$. 再由$\varphi(\alpha) = \varphi(\alpha \vee (\alpha \wedge \beta)) = \varphi(\alpha) \wedge \varphi(\alpha \wedge \beta)$知$\varphi(\alpha \wedge \beta) \geq \varphi(\alpha)$. 同理$\varphi(\alpha \wedge \beta) \geq \varphi(\beta)$, 于是$\varphi(\alpha$

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

$\wedge \beta) \geq \varphi(\alpha) \vee \varphi(\beta)$. 任取 $c \in M(L_1)$, 如果 $\varphi(c) \geq \varphi(\alpha) \vee \varphi(\beta)$, 则 $\varphi(c) \geq \varphi(\alpha)$ 且 $\varphi(c) \geq \varphi(\beta)$, 于是由(3), $c \leq \alpha$ 且 $c \leq \beta$, 继而 $c \leq \alpha \wedge \beta$, 因此 $\varphi(\alpha \wedge \beta) = \varphi((\alpha \wedge \beta) \vee c) = \varphi(\alpha \wedge \beta) \wedge \varphi(c)$, $\varphi(\alpha \wedge \beta) \leq \varphi(c)$, 再应用(1) 得: $\varphi(\alpha) \vee \varphi(\beta) = \wedge \{\varphi(c) \mid c \in M(L)$ 且 $\varphi(c) \geq \varphi(\alpha) \vee \varphi(\beta)\} \geq \varphi(\alpha \wedge \beta)$, 所以 $\varphi(\alpha \wedge \beta) = \varphi(\alpha) \vee \varphi(\beta)$. 最后去证明 φ 是 1-1 映射, 由(1) 及 L_2 中每一元素都表为 $DM(L_2)$ 中元素的交知 φ 是满射. 设 $\alpha, \beta \in L_1$, 且 $\varphi(\alpha) = \varphi(\beta)$, 则对每一 $a \in M(L_1)$ 且 $a \leq \alpha$, 由 $\varphi(a) \geq \varphi(\alpha) = \varphi(\beta)$ 及(3) 知 $a \leq \beta$, 于是易见 $\alpha \leq \beta$. 同理 $\beta \leq \alpha$, 所以 $\alpha = \beta$, φ 是单射, 因此是 1-1 映射.

定理 2.1 设 L 是分子格, $L = \prod_{i \in I} L_i$ 是 L 的既约分解. 则 L 上有伪补 N 的充要条件是存在 I 的对合对应 τ, 使得 $\forall i \in I$, L_i 与 $L_{\tau(i)}$ 反同构且可适当选取 L_i 到 $L_{\tau(i)}$ 的反同构映射 φ_i 使得 $N(\alpha) = \prod_{i \in I} \varphi_i^{-1}(\alpha(\tau(i)))$, $\forall \alpha \in L$.

证明 充分性. 设 τ 是 I 上的对合对应. 对 $i \in I$, 取 L_i 到 $L_{\tau(i)}$ 的反同构 φ_i 与 $L_{\tau(i)}$ 到 L_i 的反同构 $\varphi_{\tau(i)}$, 使 $\varphi_{\tau(i)} = \varphi_i^{-1}$. 定义 $N: L \to L$, $\forall \alpha \in L$, $N(\alpha) = \prod_{i \in I} \varphi_i^{-1}(\alpha(\tau(i)))$, 去证明 N 是 L 上的伪补. 设 $\alpha, \beta \in L$ 且 $\alpha \leq \beta$, 则 $\forall i \in I$, $\alpha(\tau(i)) \leq \beta(\tau(i))$, 于是由 φ_i 是反同构知 $\varphi_i^{-1}(\alpha(\tau(i))) \geq \varphi_i^{-1}(\beta(\tau(i)))$, 因此 $N(\alpha) \geq N(\beta)$, N 是逆序对应. 再由 $\varphi_{\tau(i)} = \varphi_i^{-1}$ 知 $N(N(\alpha))(i) = \varphi_i^{-1}(N(\alpha)(\tau(i))) = \varphi_i^{-1}(\varphi_{\tau(i)}^{-1}(\alpha(\tau(\tau(i))))) = \varphi_i^{-1}(\varphi_i(\alpha(i))) = \alpha(i)$ 对所有 $i \in I$ 成立, 因此 $N(N(\alpha)) = \alpha$, N 是对合对应, 所以 N 是 L 上的伪补.

必要性 设 N 是 L 上的伪补, 据引理 2.1, 对 $\forall i \in I$, 有唯一的 $j \in I$ 使得 $N(M_i(L)) = DM_j(L)$. 令 $j = \tau(i)$, 则 τ 是 I 上的映射. 再由 $N(M_j(L)) = DM_i(L)$ 知 τ 是对合对应, 因而是 1-1 映射. 取定 $i \in I$, 去证 L_i 与 $L_{\tau(i)}$ 反同构. 首先定义 $\varphi_i: L_i \to L_{\tau(i)}$, $\varphi_i(\alpha) = (N(i_\alpha))(\tau(i))$, $\forall \alpha \in L_i$. 易见 φ_i 是映射. 对 $M(L_i)$ 中元素族 $a_t (t \in T)$, 有: $\varphi_i(\vee \{a_t \mid t \in T\}) = (N(i_{\vee\{a_t \mid t \in T\}}))(\tau(i)) = (N(\vee \{i_{a_t} \mid t \in T\}))(\tau(i)) = (\wedge \{N(i_{a_t}) \mid t \in T\})(\tau(i)) = \wedge \{(N(i_{a_t}))(\tau(i)) \mid t \in T\} = \wedge \{\varphi_i(a_t) \mid t \in T\}$, 于是 φ_i 满足引理 2.2 中的条件(2). 其次由引理 2.1 及 φ_i 的定义, 容易看出 $\varphi_i(M(L_i)) = DM(L_{\tau(i)})$, 因此 φ_i 满足引理 2.2 中的条件(1). 再任取 $a \in M(L_i)$, $\alpha \in L_i$, 如 $\varphi_i(a) \geq \varphi_i(\alpha)$, 则 $(N(i_a))(\tau(i)) \geq (N(i_\alpha))(\tau(i))$, 由 $N(i_a) \in DM_{\tau(i)}(L)$ 知 $N(i_\alpha) \leq N(i_a)$, 于是 $i_\alpha \geq i_a$, 即 $a \leq \alpha$, 此表明 φ_i 满足引理 2.2 中的条件(3), 因此 φ_i 是 L_i 到 $L_{\tau(i)}$ 的反同构映射, L_i 与 $L_{\tau(i)}$ 反同构. 再由定义容易看出 $\varphi_{\tau(i)} = \varphi_i^{-1}$, 于是 $\forall \alpha \in L$, 由 $\alpha = \prod_{i \in I} \alpha(i) = \bigvee_{i \in I} i_{\alpha(i)}$ 知: $(N(\alpha))(j) = (N(\bigvee_{i \in I} i_{\alpha(i)}))(j) = (\bigwedge_{i \in I} N(i_{\alpha(i)}))(j) = \bigwedge_{i \in I} (N(i_{\alpha(i)}))(j)$, 由引理 2.1 及 τ 的对合性, 容易看出当 $i \neq \tau(j)$ 时, $(N(i_{\alpha(i)}))(j) = 1$, 所以 $(N(\alpha))(j) = (N(\tau(j)_{\alpha(\tau(j))}))(j)$, 但是 $\varphi_{\tau(j)}(\alpha(\tau(j))) = (N(\tau(j)_{\alpha(\tau(j))}))(\tau(\tau(j))) = (N(\tau(j)_{\alpha(\tau(j))}))(j)$, 于是 $(N(\alpha))(j) = \varphi_{\tau(j)}(\alpha(\tau(j))) = \varphi_j^{-1}(\alpha(\tau(j)))$, 所以 $N(\alpha) = \prod_{j \in I} \varphi_j^{-1}(\alpha(\tau(j)))$.

定义 2.1 如果分子格 L 可表为最多不超过两个既约分子格的直积, 则称 L 是准既约分子格. 如果 $L = \prod_{i \in I} L_i$ 中每一 L_i 都是准既约的, 则称其为 L 的准既约分解.

由以上的分子格上伪补的构造定理, 容易得出如下结论:

定理 2.2 分子格 L 上存在伪补 N, 当且仅当存在 L 的准既约分解 $L = \prod_{t \in T} L_t$, 使得每一

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

L_t 上都有伪补 N_t, 且此时 $N = \prod_{t\in T} N_t$.

注 存在这样的分子格 L, 其有既约分解: $L = \prod_{t\in T} L_t$, 其中每一 L_t 上都有伪补 N_t 且 L 上有伪补 N, 但 N 不能表示成 N_t 的直积. 例如取 $X = \{a, b\}$, $L = [0, 1]^X$, $L_a = [0, 1]^{\{a\}}$, $L_b = [0, 1]^{\{b\}}$, 易见 $L = L_a \times L_b$. 令 $\forall \lambda \in [0, 1]$, $\varphi(a_\lambda) = b_{1-\lambda}$, 则 φ 是 L_a 到 L_b 的反同构, 由 φ 可生成 L 上的伪补 N, 但 N 不能表示成 L_a 上与 L_b 上伪补的直积.

3 L^X 上伪补的构造

本节中设 X 是非空集合, L 是分子格, 则 L^X 是分子格. [3] 中讨论了当 $L = [0, 1]$ 时 L^X 上伪补的构造问题. 这里讨论当 L 是一般分子格时 L^X 上伪补的构造问题. 首先由 L 上的伪补 "′" 可导出 L^X 上的伪补 $c(A^c(x) = (A(x))')$, 称这样的伪补为诱导补运算.

定理 3.1 设 $f: X \to X$ 是对合对应, c 是 L^X 上的诱导补, 则由 $F(A) = (f(A))^c$ 给出的 F 是 L^X 上的伪补.

证明 设 $A, B \in L^X$, 且 $A \subseteq B$, 则由扩张原理, $f(A) \subseteq f(B)$, 于是 $(f(B))^c \subseteq (f(A))^c$, 即 $F(B) \subseteq F(A)$, F 是逆序对应. 又因 f 是 1-1 映射易证 $f(A^c) = (f(A))^c$, 即 $F(F(A)) = F((f(A))^c) = F(f(A^c)) = (f(f(A^c)))^c = A^c$, F 是对合, 因而 F 是伪补.

注 1° 以上定理的逆, 一般并不成立. 例如 L 上有两个不同的伪补 c 和 c_1, 据以上定理, 由 $G(A) = (f(A))^{c_1}$ 可给出 L^X 上伪补 c_1, 但一般地并不存在 X 上的对合 g, 使 $G(A) = (g(A))^c$. 例如取 $X = \{a, b\}$, $L = [0, 1]$, 则 X 上只有两个对合对应, 对 $A \in L^X$, 令 $A^c(x) = 1 - A(x)$,

$$A^{c_1}(x) = \begin{cases} 1 - 2A(x), & A(x) \le \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2}(1 - A(x)), & A(x) > \frac{1}{3} \end{cases}$$

, 则 c, c_1 都是 L^X 上的伪补. 设 $f: X \to X$, $f(a) = b$, $f(b) = a$, 则由 $G(A) = (f(A))^{c_1}$ 给出的 L^X 上的伪补 G 不能表成 $G(A) = (g(A))^c$, 其中 g 是 X 上的对合对应.

注 2° 对 L^X 上的伪补 F, 并不一定有 X 上的对合 f 及 L^X 上的伪补 c, 使得 $F(A) = (f(A))^c$. 例如取 $X = \{a, b, c, d\}$, $L = [0, 1]$, 定义 $F: L^X \to L^X$, 其由 $F(b_\lambda) = a^{\lambda'}$, $F(a_\lambda) = b^{\lambda'}$ (其中 $\lambda' = 1 - \lambda$), $F(c_\lambda) = d^{\lambda''}$, $F(d_\lambda) = c^{\lambda''}$ (其中 $\lambda'' = \begin{cases} 1 - 2\lambda, & \lambda \le \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2}(1 - \lambda), & \lambda > \frac{1}{3} \end{cases}$), $F(A) = \bigcup_{x_\lambda \in A} F(x_\lambda)$, $\forall A \in L^X$ 确定, 则直接验证可知 F 是 L^X 上的伪补, 但不存在 L^X 上的诱导补 c 及 X 上的对合 f, 使得 $\forall A \in L^X$, $F(A) = (f(A))^c$. 但是如果对 L 加以限制, 例如限定 L 是其上只有唯一伪补的既约分子格, 则有如下定理:

定理 3.2 如既约分子格 L 上有唯一伪补, 则 L^X 上只有唯一诱导补运算 c, 此时对 L^X 上每一伪补 F, 都有 X 上对合对应 f 使得 $F(A) = (f(A))^c$, $\forall a \in L^X$.

证明 显然对每一 $x \in X$, $L^{\{x\}}$ 是 L^X 的既约因子, 且 $L^X = \prod_{x\in X} L^{\{x\}}$ 是 L 的既约分解. 于是

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

由定理2.1知存在X上的对合f使$y = f(x)$时,$L^{\{x\}}$与$L^{\{y\}}$反同构. 对$x_\lambda \in M(L^{\{x\}})$,由引理2.1知$F(x_\lambda) \in DM(L^{\{y\}})$. 设$F(x_\lambda) = y^{\lambda'}$. 由$F$是逆序对合对应,易证$\lambda \to \lambda'$是$L$上的逆序对合对应,而$L$上的伪补是唯一的,所以当$u, v \in X$且$f(u) = v$时,$F(u_\lambda) = v^{\lambda'}$,于是对$A \in L^X$,

$$F(A) = F(\bigcup_{x_\lambda \in A} x_\lambda) = \bigcap_{x_\lambda \in A} F(x_\lambda) = \bigcap_{x_\lambda \in A} (f(x))^{\lambda'} = \bigcap_{x_\lambda \in A} ((f(x))_\lambda)^c = (\bigcup_{x_\lambda \in A} (f(x))_\lambda)^c = (f(A))^c.$$

定理3.3 设分子格L只有唯一伪补,c是L^X上相应的诱导补映射,G是L^X上的伪补. 如对L^X上每一伪补F,都存在X上的对合f使$F(A) = G(f(A))$,则$G(A) = A^c$对$\forall A \in L^X$成立.

证明 由定理3.2,存在X上的对合φ使得$G(A) = (\varphi(A))^c$,于是$F(A) = G(f(A)) = (\varphi(f(A)))^c = (\varphi f(A))^c$,由此知$\varphi f$是$X$上的对合对应. 由$F$的任意性知,对任一$X$上的对合对应$f$,$\varphi f$是$X$上对合对应,据[3]中引理2,$\varphi$是$X$上恒等映射,即$G(A) = A^c$.

参 考 文 献

[1] 王国俊, 论Fuzzy之构造, 数学学报, 29: 4(1986), 539-543.

[2] 樊磊、崔宏斌、郑崇友, 分子格的直积分解与广义序同态, 科学通报, 21(1987), 1161-1164.

[3] 赵东升, 逆序对合对应的构造, 陕西师范大学学报, 2(1989), 1-4.

[4] P. Hamburg, *Fuzzy sets and demergan algebra*, Fuzzy Sets and Systems, 27(1988), 21-29.

[5] 王国俊, L-fuzzy拓扑空间论, 陕西师范大学出版社, 1988.

[6] 张文修, 模糊数学基础, 西安交通大学出版社, 1984.

On the Structure of Pseudo-Complement Transformations in Molecular Lattices

Yu Chunhai *Xie Yanbo*

(The Northeastearn University of Nationality, Dalian 116600)

Abstract

In this paper, the structure theorem of pseudo-complement in molecular lattices is introduced and proved. We then prove that a prime factor of a non-trivial molecular lattice with a pseudo-complement on it may have no pseudo-complement. But the quasi-prime factors of a non-trivial molecular lattice with a pseudo-complement on it do have pseudo-complement, and each pseudo-complement on a molecular lattice may be factorizedd as a direct product of pseudo-complements on its quasi-prime factors.

Keywords molecular lattice, prime molecular lattice, quasi-prime molecular lattice.

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.