第18卷第1期　　数 学 研 究 与 评 论　　Vol. 18 No. 1
1998年2月　JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION　Feb. 1998

满足(accr)环的 I-adic 完备化及其平坦性*

张力宏　　王文举
(四平师范学院数学系, 136000)　(首都经贸大学经管系, 北京100026)

摘　要　满足(accr)环是比Noether 环更广泛的一类环, 本文讨论了满足(accr)环的 I-adic 完备化及其平坦性问题, 把Noether 环的有关结果推广到满足(accr)环上, 同时也改进了[1]中的结果

关键词　满足(accr)的环, 反向极限, I-adic 完备化
分类号　AMS(1991) 13E05/CCL O153. 1

引　言

设 R 是有单位元1的交换环, R-模 M 称为是满足(accr)的模是指对 M 的每个子模 N 和 R 的每个有限生成的理想 I, 升链

$$N:I\subset N:I^2\subset N:I^3\subset\cdots$$

是有限终止的 若环 R 作为 R-模满足(accr), 则称 R 是满足(accr)的环[1].

满足(accr)的环是比Noether 环更广泛的一类环, [1], [2]对这类环进行了研究 本文在此基础上, 讨论满足(accr)环的 I-adic 完全化及其平坦性的有关问题, 得到了一些结果 为此首先讨论了满足(accr)环的Krull 相交问题, 推广了[1]中的定理3及其推论, 特别当 $R=M$ 时, 研究了所谓的 Zariski 环

其次, 研究了 R 的完备化 $\hat{R}$ 的平坦性以及 $\hat{R}$ 满足(accr)的条件, 从而推广了[3]中 P264定理11及有关推论

1　满足(accr)环的 Krull 相交问题

C. P. Lu 在[1]中推广了 Krull 相交定理, 并且给出了 $\bigcap_{n\geq 0} I^nM=0$成立的条件 此外还得到: 若 R-模 M 满足(accr), 则Artin-Rees 性质成立 在[2]中得到若 R 是满足(accr)的环, 则每个有限生成的 R-模 M 亦满足(accr). 因此 M 仍具有Artin-Rees 性质 为此有下面的

引理1. 1　设 R-模 M 满足(accr), I 是 R 的有限生成理想, 则Artin-Rees 引理的结论成立; 特别若 R 是满足(accr)的环, M 是有限生成 R-模, 必存在自然数 c, 当 $n>c$ 时, $I^nM\cap N=I^{n-c}(I^cM\cap N)$, 其中 N 是 M 的子模

定理1. 2　设 R-模 M 满足(accr), I 是 R 的有限生成理想, 则 $\bigcap_{n\geq 0} I^nM=0$当且仅当对任意

* 1995年3月23日收到 吉林省教委自然科学基金资助项目

的 $a\in 1-I$, $0\neq x\in M$, 有 $ax\neq 0$; 一般地, 设 N 是 M 的子模, 则 $N=\bigcap_{n\geq 0}(N+I^nM)$ 当且仅当对任意的 $a\in 1-I$, $\bar{0}\neq \bar{x}\in M/N$, 有 $a\bar{x}\notin N$.

证明　若有 $a\in 1-I$, $0\neq x\in M$, 使 $ax=0$. 令 $a=1-b$, $b\in I$, 则有 $ax=(1-b)x=0$, 从而有

$$x=bx=b^2x=b^3x=\cdots=b^nx=\cdots,$$

得 $x\in\bigcap_{n\geq 0}I^nM=0$, 与 $x\neq 0$ 矛盾.

反之, 设 $x\in\bigcap_{n\geq 0}I^nM\subseteq M$, 则对任意的自然数 n 有 $Rx=Rx\cap I^nM$. 由引理1.1, 当 n 充分大时, 有 $Rx=Rx\cap I^nM=I(I^{n-1}M\cap Rx)\subseteq Ix$. 因此 $Rx=Ix$, 即存在 $b\in I$, 使 $x=bx$, 令 $a=1-b$, 则 $ax=0$, 由前提条件必有 $x=0$, 所以 $\bigcap_{n\geq 0}I^nM=0$.

设 N 是 M 的子模, 注意到 $I^n(M/N)=(I^nM+N)/N$, 将上面结果应用到商模 M/N 上, 有所列结论.

注　定理1.2推广了[1]中定理3及其推论, 从而推广了[4]中定理8.9和8.10. [5]中定理7.21和[3]中定理8. 若令 $M=R$, 则定理1.2又推广了[6]中定理12及12.′特别地, 下面的推论使[3]中定理9成为特殊情况, 从而推广了所谓 Zariski 环及其有关结果.

推论1.3　设 R 是满足(accr)环, I 是 R 的有限生成理想. 则以下陈述等价:

(1)　对每个满足(accr)的 R-模 M 及其子模 N, 有 $N=\bigcap_{n\geq 0}(N+I^nM)$, 此时称 N 是闭的.

(2)　对每个满足(accr)的 R-模 M, $\bigcap_{n\geq 0}I^nM=0$.

(3)　对 R 的每个理想 I', $I'=\bigcap_{n\geq 0}(I'+I^n)$.

(4)　$\bigcap_{n\geq 0}I^n=0$.

(5)　对任意的 $a\in 1-I$, $0\neq x\in R$, 有 $ax\neq 0$.

(6)　$I\subseteq \mathrm{rad}(R)$.

(7)　对每个满足(accr)的 R-模 M 及子模 N, 对任意的 $a\in 1-I$, $\bar{0}\neq\bar{x}\in M/N$, $a\bar{x}\neq\bar{0}$.

(8)　对每个满足(accr)的模 M, 若 $M=IM$, 必 $M=0$.

证明　(1)⇒(2)　只须令 $N=0$ 即可.

(2)⇒(3)　由已知 R/I' 满足(accr), 所以有

$$\bigcap_{n\geq 0}(I'+I^n)/I'=\bigcap_{n\geq 0}I^n(R/I')=\bar{0},$$

从而 $I'=\bigcap_{n\geq 0}(I'+I^n)$.

(3)⇒(4)　令 $I'=0$ 即可.

(4)⇒(5)　令 $R=M$, 由定理1.2即可.

(5)⇒(6)　设 L 是 R 的极大理想, 如果 $I\not\subseteq L$ 则 $R=I+L$, 因此存在 $b\in I$, $c\in L$, 使 $1=b+c$, 从而对任意的 $0\neq x\in R$, $cx=(1-b)x\neq 0$, 由此可知 $R\cong(1-b)R=cR\subseteq L$, 与 L 的取法矛盾. 从而 I 包含在所有极大理想的交中, 即 $I\subseteq\mathrm{rad}(R)$.

(6)⇒(7)　任取 $b\in I$, $x\in M$ 且 $x\notin N$, 则 $b^n\bar{x}\in I^n(M/N)$. 由[2]定理4知 M/N 满足(accr), 从而由引理1.1有

$$Rb^n\bar{x}=I^n(M/N)\cap Rb^n\bar{x}=I[I^{n-1}(M/N)\cap Rb^n\bar{x}]\subset Ib^n\bar{x},$$

即存在 $b^1\in I$, 使 $b^n\bar{x}=b^1b^n\bar{x}$, $(1-b^1)b^n\bar{x}=\bar{0}$. 由 $I\subseteq \mathrm{rad}(R)$ 知 $1-b^1$ 是可逆元, 所以 $b^n\bar{x}=\bar{0}$. 如果 $(1-b)\bar{x}=\bar{0}$, 则 $\bar{x}=b\bar{x}=b^2\bar{x}=\cdots=b^n\bar{x}=\bar{0}$, 与 x 取法矛盾.

(7) ⇒ (8)　由 Nakayama 引理可得.

(8) ⇒ (1)　任取 $b\in I$, $\bar{0}\neq\bar{x}\in M/N$, $b^n\bar{x}\in I^n(M/N)$, 由引理 1.1 有 $Rb^n\bar{x}\subseteq I(Rb^n\bar{x})$, 得 $Rb^n\bar{x}=\bar{0}$, $b^n\bar{x}=\bar{0}$. 再由 (6) ⇒ (7) 的证明可得本结论.

2　满足 (accr) 环的 I-adic 完备化的平坦性

设 $\{I^nM\}$ 是 R-模 M 的 I-adic 拓扑, 若 M 还有一个线性拓扑 $\{M_n\}$, 使之与 $\{I^nM\}$ 重合, 则由反向极限的定义有 $\hat{M}=\varprojlim M/I^nM\cong\varprojlim M/M_n$, 这说明 $\hat{M}$ 只与 M 的线性拓扑有关.

本节依此原则讨论 R 的 I-adic 完备化 $\hat{R}$ 的平坦性问题.

引理 2.1　设 R-模 M 满足 (accr), N 是 M 的子模, I 是 R 的有限生成理想, 则 N 的 I-adic 拓扑与由 M 的 I-adic 拓扑诱导的拓扑重合.

证明　所得结论即要证明 $\{I^nN\}$ 与 $\{I^nM\cap N\}$ 重合, 即是证明对任意的 I^nN, 存在 $I^mM\cap N$, 使 $I^mM\cap N\subseteq I^nN$ 及任意的 $I^nM\cap N$, 存在 I^kN, 使 $I^kN\subseteq I^nM\cap N$.

事实上, 由于有 $I^nN\subseteq I^nM\cap N$, 所以后一包含是显然的; 对于前一包含, 由引理 1.1, 存在自然数 c, 当 $q>c$ 时有 $I^qM\cap N=I^{q-c}(I^cM\cap N)$, 令 $q=n+c$, 则有 $I^{n+c}M\cap N=I^n(I^cM\cap N)\subseteq I^nN$.

由 [2] 中定理 5 可知, 当 R 满足 (accr) 时, 对有限生成 R-模 M, 引理 2.1 仍成立. 这就推广了 [4] 中的定理 8.6.

引理 2.2　设 R-模 M 满足 (accr), I 是 R 的有限生成理想, N 是 M 的子模, 则 $0\to\hat{N}\to\hat{M}\to(M/N)^\wedge\to 0$ 是短正合列.

证明　对任意的 n 有正合列

$$0\to N/N\cap I^nM\to M/I^nM\to M/(N+I^nM)\to 0,$$

并且有 $M/(N+I^nM)\cong(M/N)/(I^nM/(N\cap I^nM))\cong(M/N)/I^n(M/N)$. 令 $M'=M/N$, 则有短正合列

$$0\to N/(N\cap I^nM)\to M/I^nM\xrightarrow{\pi}M'/I^nM'\to 0,$$

对其取反向极限, 注意到 $\varprojlim$ 是左正合函子, 由引理 2.1 有短正合列

$$0\to\hat{N}\to\hat{M}\xrightarrow{\hat{\pi}}(M/N)^\wedge,$$

其中 $\hat{N}=\varprojlim N/I^nN\cong\varprojlim N/N\cap I^nM$, 由于 $(M/N)^\wedge\cong\varprojlim M/N+I^nM$, 所以任取 $(\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots)\in(M/N)^\wedge$, 都有 $\bar{x}_n\in M/N+I^nM$, $x_n\in M$ 满足 $x_{n+1}-x_n\in N+I^nM$.

设 $x_2-x_1=t_1-a_1$, $t_1\in N$, $a_1\in IM$, 令 $y_2=x_2-t_1$, 则 $y_2+N+I^2M=x_2+N+I^2M$, 且 $y_2-x_1=a\in IM$;

设 $x_3-x_2=t_2-a_2$, $t_2\in N$, $a_2\in I^2M$, 令 $y_3=x_3-t_1-t_2$, 则 $y_3+N+I^3M=x_3+N+I^3M$, 且 $y_3-y_2=a_2\in I^2M$; …这样依次下去可得 M 的元素列 $y_1, y_2, \cdots$, 满足 $y_{n+1}-y_n\in I^nM$, 所以有 $(y_1+IM, y_2+I^2M, \cdots)\in\hat{M}$, 使

$$\hat{\pi}:(y_1+IM, y_2+I^2M, \cdots)\to(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \cdots),$$

即 $\hat{\pi}$ 是满的, 从而有短正合列

$$0\to\hat{N}\to\hat{M}\to(M/N)^{\wedge}\to 0,$$

并且有 $(M/N)^{\wedge}\cong\hat{M}/\hat{N}$.

定理2.3 设 R 是满足(accr)的环, I 是 R 的有限生成理想, 若 R 是凝聚环, 则 $\hat{R}$ 是平坦 R-模.

证明 设 M 是有限生成 R-模, 则有正合列

$$0\to L\to R^n\to M\to 0.$$

由于 $\hat{R}\otimes$ 是右正合函子, 所以有交换图

$$\begin{array}{ccccccccc} & & \hat{R}\otimes L & \to & \hat{R}\otimes R^n & \to & \hat{R}\otimes M & \to & 0 \\ & & \downarrow\alpha & & \downarrow\beta & & \downarrow\gamma & & \\ 0 & \to & \hat{L} & \to & \hat{R^n} & \to & \hat{M} & \to & 0 \end{array}$$

由[2]定理5知 M, R^n 满足(accr), 根据引理2.2知底行是短正合的. 易知 β 是同构, 所以 γ 是满同态. 若进一步假设 M 是有限表现的, 则易知 γ 是同构.

设 J 是 R 的任意有限生成理想, 由于 R 是凝聚环, 所以 J, R/J 都是有限表现的, 将上图中 L 换成 J, M 换成 R/J, 则由前述可知 α, β, γ 都是同构, 因此顶行是短正合列, $\hat{R}$ 是平坦模.

注 上述结果并未要求 R 和 M 关于 I-adic 拓扑是 Hausdorff 空间, 即 $\bigcap_{n\geq 0}I^n=0$, 因此定理2.3是[1]中定理8的改进.

定理2.4 设 R 是满足(accr)环, I 是有限生成理想, 则 $R/\bigcap_{n\geq 0}I^n$ 是平坦 R-模.

证明 对内射模 E 有短正合列

$$0\to \mathrm{Hom}_R(R/\bigcap_{n\geq 0}I^n, E)\xrightarrow{\pi^*}\mathrm{Hom}_R(R, E)\to\mathrm{Hom}_R(\bigcap_{n\geq 0}I^n, E)\to 0,$$

设 H 是 $\mathrm{Hom}_R(R/\bigcap_{n\geq 0}I^n, E)$ 的内射包, 由 $\mathrm{Hom}_R(R, E)\cong E$ 有

$$\mathrm{Hom}_R(R/\bigcap_{n\geq 0}I^n, E)\subseteq H\subseteq\mathrm{Hom}_R(R, E).$$

任取 $h\in H$, $\theta=Rh$, 令 $K=\theta\cap\mathrm{Hom}_R(R/\bigcap_{n\geq 0}I^n, E)$, 则 θ 是有限生成 R-模, K 是其子模, 由引理1.1

$$I^n\theta\cap K=I^{n-c}(I^c\theta\cap K)\subseteq I^{n-c}K,$$

注意到该式对充分大的 n 都成立. 所以当 $n\to\infty$ 时, 任取 $a\in I^{n-c}=\bigcap_{n\geq 0}I^n$, $f\in\mathrm{Hom}_R(R/\bigcap_{n\geq 0}I^n, E)$, $\overline{x}\in R/\bigcap_{n\geq 0}I^n$, 有 $af(\overline{x})=f(a\overline{x})=f(ax+\bigcap_{n\geq 0}I^n)$. 因为 $n\to\infty$, 所以由 a 的取法有 $ax\in\bigcap_{n\geq 0}I^n$, 即 $af=0$, 从而有 $I^{n-c}K\subseteq I^{n-c}\mathrm{Hom}_R(R/\bigcap_{n\geq 0}I^n, E)=0\ (n\to\infty)$,

$$I^n\theta\cap\mathrm{Hom}_R(R/\bigcap_{n\geq 0}I^n, E)=I^n\theta\cap K=0\quad(n\to\infty).$$

由于 H 是 $\mathrm{Hom}_R(R/\bigcap_{n\geq 0}I^n, E)$ 的内射包, 所以 $I^n\theta=0$, 即 $\bigcap_{n\geq 0}I^n\theta=\bigcap_{n\geq 0}I^nh=0$, 得 $\bigcap_{n\geq 0}I^n\subseteq\mathrm{Ker}h$, 根据[9]定理3.4, 存在 $h^1\in\mathrm{Hom}_R(R/\bigcap_{n\geq 0}I^n, E)$, 使 $h=k^1\pi$, 这说明单同态 π^* 是由 $\mathrm{Hom}_R(R/\bigcap_{n\geq 0}I^n, E)$ 到 H 的同构, 因此 $R/\bigcap_{n\geq 0}I^n$ 是平坦模.

今知道, 若 R 是 Noether 环, 则 $\hat{R}$ 亦然, 现在证明: 若 R 满足(accr), 则 $\hat{R}$ 作为 R-模亦满足(accr).

引理2.5 设 R 是满足(accr)的环, I 是 R 的有限生成理想, M 是有限生成 R-模, N 是 M 的子模, 若 $N=\bigcap_{n\geq 0}(N+I^nM)$, 则 $N=\hat{N}\cap M$; 特别当 N 是有限生成模时, $\hat{N}=\hat{R}N$, $N=\hat{R}N\cap M$, $\hat{N}=\varprojlim N/I^nN$.

证明 对正合列

$$0\to(N+I^nM)/I^nM\to M/I^nM\to M/(N+I^nM)\to 0$$

取反向极限, 注意到 $(N+I^nM)/I^nM\cong N/(N\cap I^nM)$. 由引理2.1有正合列

$$0\to\hat{N}\cong\varprojlim(N+I^nM)/I^nM\to\hat{M}\to(M/N)^{\wedge}$$

由此可将 $\hat{N}$ 视为 $\hat{M}$ 的子模, 设 $P_i:\hat{M}\to M/I^iM$ 是投射, 则有 $\hat{M}/\mathrm{Ker}P_i\cong M/I^iM$, 可以证明 $\{\mathrm{Ker}P_i\}$ 是 $\hat{M}$ 的线性拓扑并与 $\{\widehat{I^iM}\}$ 重合, 另外有同态

$$\psi: M\to\hat{M},\ x\to(x+IM,\ x+I^2M,\ \cdots),\ x\in M$$

所以 $\psi(M)$ 是 $\hat{M}$ 的子模, 任取 $(x_1+IM,\ x_2+I^2M,\ \cdots)\in\hat{N}\cong\varprojlim((N+I^nM)/I^nM)$, $x_i\in N$, 则对每个 i 有

$$\begin{aligned}(x_1+IM,\ x_2+I^2M,\ \cdots)&=(x_i+IM,\ x_i+I^2M,\ \cdots)\\&\quad+(x_1-x_i+IM,\ x_2-x_i+I^2M,\ \cdots,\ x_{i-1}-x_i+I^{i-1}M,\ 0,\ \cdots)\\&\in\psi(N)+\mathrm{Ker}P_i,\end{aligned}$$

这说明 $\hat{N}$ 是 $\psi(N)$ 在 $\hat{M}$ 中的闭包, 即 $\hat{N}=\bigcap_{n\geq 0}(\psi(N)+\widehat{I^nM})$. 但已知 N 在 M 中是闭的, 所以由推论1.3知 ψ 是单嵌入映射, 得 $\hat{N}$ 是 N 在 $\hat{M}$ 中的闭包. 又知 N 在 M 中的闭包等于 N 在 $\hat{M}$ 中的闭包与 M 的交, 因此有 $N=\hat{N}\cap M$. 如果 N 是有限生成的, 由已知及推论1.3有 $\bigcap_{n\geq 0}I^n=0$, $\bigcap_{n\geq 0}I^nN\subseteq\bigcap_{n\geq 0}I^nM=0$, 所以由[3]中定理5有 $\hat{N}=\hat{R}N$, $N=\hat{R}N\cap M$. □

注 在满足引理条件下亦有 $\hat{M}=\hat{R}M$.

定理2.6 设 I 是 R 的有限生成理想且满足 $\bigcap_{n\geq 0}I^n=0$, 则 R 满足(accr)当且仅当 $\hat{R}$ 作为 R-模亦满足(accr).

证明 由于 I 是有限生成的, 称其相伴分次环 $G_I(R)$ 是有限生成 R-模, 由已知及推论1.3和引理2.5, 则对任意的 $i\geq 0$, 有

$$I^i\cap\hat{I}^{i+1}=(\hat{I}^i\cap R)\cap\hat{I}^{i+1}=R\cap\hat{I}^{i+1}=I^{i+1},$$

又因为 $\hat{I}$ 中元都是 I 中元素列的极限, 所以对任意的 $\hat{x}\in\hat{I}^i$, 都存在 $x\in I^i$, 使 $\hat{x}-x\in\hat{I}^{i+1}$, 从而有 $\hat{x}\in I^i+\hat{I}^{i+1}$, 即 $\hat{I}^i=I^i+\hat{I}^{i+1}$, 得

$$\hat{I}^i/\hat{I}^{i+1}=(I^i+\hat{I}^{i+1})/\hat{I}^{i+1}\cong I^i/I^i\cap\hat{I}^{i+1}=I^i/I^{i+1}$$

这说明对任意的 $i\geq 0$, $\hat{I}^i/\hat{I}^{i+1}$ 是有限生成的. 特别 $\hat{R}/\hat{I}$ 是有限生成 R-模, 注意到

$$\hat{R}/\hat{I}\cong(\hat{R}/\hat{I}^2)/(\hat{I}/\hat{I}^2),\quad \hat{R}/\hat{I}^2\cong(\hat{R}/\hat{I}^3)/(\hat{I}^2/\hat{I}^3),\quad\cdots$$

得 $\hat{R}/\hat{I}^i$ 是有限生成的 R-模, 因此满足(accr). 设 $N/\cap\hat{I}^i$ 是 $\hat{R}/\cap\hat{I}^i$ 的任意 R-子模, 则一定存在 k, 使 $N\supseteq\hat{I}^k\supseteq\hat{I}^{k+1}\supseteq\cdots$, 因此对任意的 $b\in R$, 存在 m 使 $(N:b^m)/\hat{I}^k=N/\hat{I}^k:b^m=N/\hat{I}^k:b^{m+1}=(N:b^{m+1})/\hat{I}^k$, 但有 $(N:b^m)/\hat{I}^k\cong[(N:b^m)/\cap\hat{I}^i]/(\hat{I}^k/\cap\hat{I}^i)$, 得

$$(N/\cap\hat{I}^i:b^m)=(N:b^m)/\cap\hat{I}^i=(N:b^{m+1})/\cap\hat{I}^i=N/\cap\hat{I}^i:b^{m+1}.$$

即 $\hat{R}/\cap\hat{I}^i$ 作为 R-模满足(accr), 但由于 $\bigcap_{n\geq 0}I^n=0$. 根据[8]的论证有 $\bigcap_{n\geq 0}\hat{I}^n=0$, 因此 $\hat{R}$ 作为 R-模满足(accr).

反之，由$\bigcap_{n\geq 0} I^n = 0$知$R$ 同构于$\hat{R}$的子模，因此若$\hat{R}$满足(accr)，则R 亦满足 □

注 若令$G_{\hat{I}}(\hat{R}) = \bigoplus_{i\geq 0} \hat{I}^i/\hat{I}^{i+1}$，则此时有$G_I(R) \cong G_{\hat{I}}(\hat{R})$. 此结果推广了[5]命题7. 31. 此时必有$\mathrm{Ker}P_i \cong \hat{I}^i$.

定理2. 7 设R 是满足(accr)的环，I 是有限生成理想满足$\bigcap_{n\geq 0} I^n = 0$，则对任意有限生成$R$-模，$M$，$\hat{M}$是满足(accr)的$R$-模

证明 由于M 是有限生成的，根据引理2. 5，$\hat{M} = \hat{R}M$，故$\hat{M}$作为$\hat{R}$-模是有限生成的，因此存在$\hat{R}$-模的满同态$\hat{R}^m \to \hat{M} = \hat{R}M \to 0$，当然这也是$R$-模的满同态 根据定理2. 6以及满足(accr)的模保持有限直和，得$\hat{R}^m$作为R-模满足(accr). 再由[2]定理4知$\hat{M}$满足(accr). □

参 考 文 献

[1] C. P. Lu, *Modules satisfying accr on a certain type of cofons*, Pacific J. Math., 131(1988), 303-318.

[2] C. P. Lu, *Modules and rings satisfying (accr)*, Proc. Amer. Math. Soc., 117(1993), 5-10.

[3] O. Zariski, P. Samuel, *Commutative Algebra* II, GTM. 29, Springer-Verlag, 1975.

[4] H. Matsumura, *Commutative Ring Theory*, Cambridge Univ. Press, 1986.

[5] N. Jacobson, Basic Algebra II, 1980.

[6] O. Zariski, P. Samuel, *Commutative Algebra* I, GTM 28, Springer-Verlag, 1975.

[7] B. Stenström, *Rings of qustients*, Springer-Verlag, 1975.

[8] J. Rotman, *An Introduction to Homological Algebra*, New York, San Francisco, London, 1979.

[9] T. S. Blyth, *Module Theory*, Oxford Univ. Press, 1977.

The I-adic Completion and Its Flatness for Rings Satisfying (accr)

Zhang Lihong

(Dept. of Math., Siping Techers' College, 136000)

Wang Wenju

(Captial Univ. of Economics and Business, Beijing 100026)

Abstract

The class of rings satisfying (accr) is larger than that of Noetherian rings. The I-adic completion and its flatness for rings satisfying (accr) are discussed. Some important properties of Noetherian rings can be generalized to rings of this class; the results in [1] have been improved.

Keywords rings satisfying (accr), inverse limit, I-adic completion.