第18卷第4期　　　　数 学 研 究 与 评 论　　　　Vol. 18 No. 4
1998年11月　JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION　Nov. 1998

TML 中元的明聚点和 ST_{-1} 分离性*

宣 立 新
(南京动力高等专科学校, 南京210042)

摘　要　在拓扑分子格(TML)中引进元的明聚点概念, 并讨论了聚点的性质, 研究了 ST_{-1} 分离性和 TML 的明导算子.

关键词　TML, 元的明聚点, ST_{-1} 分离性
分类号　AMS(1991) 54A/CCL O189

在分子格 L 中, 本文用 $\mathcal{C}$ 表示极大点的相通支的族, S_λ 表示含点 λ 的极大点的相通支, 未定义的概念和符号, 意义见文献[1], [2].

定义1　$(L(M), \eta)$ 是 TML, $A\in L$, λ 是 A 的良聚点[1], 且 $\forall P\in\eta(\lambda)$, 有 $A\not\leq P\vee S_\lambda$, 则称 λ 是 A 的明聚点, A 的所有明聚点的并称为 A 的明导元, 记作 $A^{\tilde{d}}$.

元的明聚点和明导元有以下主要性质

定理1　$(L(M), \eta)$ 是 TML, $A\in L$, $\lambda\in M$, 若 $\lambda\leq A^{\tilde{d}}$, 则 λ 是 A 的明聚点

证明　$\forall P\in\eta(\lambda)$, 则有 $\alpha\in\beta^*(\lambda)$ 使 $\alpha\not\leq P$. 因为 $\lambda\leq A^{\tilde{d}}=\vee\{\mu\in M\,|\,\mu$ 是 A 的明聚点$\}$, 由极小族的性质, 有 A 的明聚点 μ 使 $\alpha\leq\mu$, 又 $\alpha\not\leq P$, 所以 $P\in\eta(\mu)$, $A\not\leq P\vee S_\mu=P\vee S_\lambda$, 因此 λ 是 A 的明聚点

定理2　$(L(M), \eta)$ 是 TML, $A, B\in L$, 若 $A\leq B$, 则 $A^{\tilde{d}}\leq B^{\tilde{d}}$.

定理3　$(L(M), \eta)$ 是 TML, $A, B\in L$, 则 $(A\vee B)^{\tilde{d}}=A^{\tilde{d}}\vee B^{\tilde{d}}$.

定理4　$(L(M), \eta)$ 是 TML, $A\in L$, 点 $\lambda\leq A^{\tilde{d}}$, 则 $\lambda\leq(A-S_\lambda)^{\tilde{d}}$.

为了讨论元的明导元的杨忠道定理, 给出下面引理

引理　$(L(M), \eta)$ 是 TML, $S\in\mathcal{C}$, $\lambda\leq S$, 则 $\lambda^{\tilde{d}}\wedge S=0$.

定理5　$(L(M), \eta)$ 是 TML, $S\in\mathcal{C}$, $\lambda\leq S$, 若 $S^{\tilde{d}}$ 为闭的, 则 $\lambda^{\tilde{d}}$ 也是闭的

证明　由定理2, $\lambda^{\tilde{d}}\leq S^{\tilde{d}}$, 所以 $\lambda^{\tilde{d}}\leq S^{\tilde{d}}\wedge\overline{\lambda}$ 设分子 $e\leq S^{\tilde{d}}\wedge\overline{\lambda}$, 由引理 $e\not\leq S$, 所以 $e\not\leq\lambda$, e 是 λ 的良聚点且 $\lambda\wedge S_e=0$, 因此 $\forall P\in\eta(e)$, 有 $\lambda\not\leq P\vee S_e$, e 为 λ 的明聚点, 从而 $S^{\tilde{d}}\wedge\overline{\lambda}\leq\lambda^{\tilde{d}}$. 因此, $\lambda^{\tilde{d}}=S^{\tilde{d}}\wedge\overline{\lambda}$, $\lambda^{\tilde{d}}$ 是闭的

定理6 (明导元的杨忠道定理)　$(L(M), \eta)$ 是 TML, 每个元的明导元是闭元的充要条件是每个 $S\in\mathcal{C}$, $S^{\tilde{d}}$ 是闭的

证明　必要性显然 现用反证法证充分性 若有 $A\in L$, 使 $(A^{\tilde{d}})^-\neq A^{\tilde{d}}$, 则有分子 $\lambda\leq(A^{\tilde{d}})^-$ $(\leq\overline{A})$ 但 $\lambda\not\leq A^{\tilde{d}}$, 即 λ 是 A 的附着点, 不是 A 的明聚点, 故 $P\in\eta(\lambda)$, $A\not\leq P$, 但 $A\leq P\vee S_\lambda$

令 $P_1=P\vee S_\lambda^{\tilde{d}}$, 由引理, $\lambda\not\leq S_\lambda^{\tilde{d}}$, 又 $S_\lambda^{\tilde{d}}\in\eta$, 所以 $S_\lambda^{\tilde{d}}\in\eta(\lambda)$, $P_1\in\eta(\lambda)$. 因为 $\lambda\leq(A^{\tilde{d}})^-$, 所以 $A^{\tilde{d}}\not\leq P_1$, 有 A 的明聚点 $\mu\not\leq P_1$, 从而 $P_1\in\eta(\mu)$. $\forall Q\in\eta(\mu)$, 则 $P_1\vee Q\in\eta(\mu)$, 所以 $A\not\leq P_1\vee Q\vee S_\mu$, 由(3) 式, 有分子 $e\leq A\wedge S_\lambda$ 但 $e\not\leq Q\vee S_\mu$, 从而 $S_\lambda\not\leq Q\vee S_\mu$, μ 是 S_λ 的明聚点, $\mu\leq S_\lambda^{\tilde{d}}\leq P_1$. 与 $P_1\in\eta(\mu)$ 矛盾 故 $(A^{\tilde{d}})^-=A^{\tilde{d}}$, $A^{\tilde{d}}$ 闭

* 1995年12月4日收到 1997年10月7日收到修改稿 国家自然科学基金资助课题

元的明聚点可用分子网或理想的收敛刻画

定义 2 $(L(M), \eta)$ 是 TML, $\forall s \in \mathbf{C}$, 点 $\lambda, \mu \leq s$, $\lambda \not\leq \mu$, 有 $P \in \eta(\lambda)$ 使 $\mu \leq P$, 则称 $(L(M), \eta)$ 是 ST_{-1} 的

在 F 拓扑学中, ST_{-1} 分离性即 T_{-1} 分离性, 它是层次特征的一种体现 ST_{-1} 有等价刻画

定理 7 $(L(M), \eta)$ 是 TML, 以下命题等价:

(1) $(L(M), \eta)$ 是 ST_{-1} 的

(2) $\forall s \in \mathbf{C}$, $\lambda, \mu \leq s$, 若 $\lambda \not\leq \mu$, 则 $\lambda \not\leq \overline{\mu}$

(3) $\forall A \in L$, 有 $\overline{A} = A \vee A^{\tilde{d}}$.

(4) $\eta = \{A \in L \mid A^{\tilde{d}} \leq A\}$.

定义 3 $L(M)$ 是分子格, 映射 $f: L \to L$ 满足:

(f1) $f(0) = 0$;

(f2) $\forall A \in L$, $\lambda \in M$, 若 $\lambda \leq f(A)$, 则 $\lambda \leq f(A - S_\lambda)$;

(f3) $\forall A, B \in L$, 有 $f(A \vee B) = f(A) \vee f(B)$;

(f4) $\forall A \in L$, 有 $f[f(A)] \leq A \vee f(A)$.

则称 f 为 L 上的一个明导算子

定理 8 $(L(M), \eta)$ 是 ST_{-1} 的 TML, 映射 $\tilde{d}: L \to L$, $\forall A \in L$, $\tilde{d}(A) = A^{\tilde{d}}$, 则 $\tilde{d}$ 是 L 上的明导算子

定理 9 $L(M)$ 为分子格, f 为 L 的一个明导算子, 则存在唯一的一个 ST_{-1} 的 TML $(L(M), \eta)$, 对任意的 $A \in L$, $f(A)$ 是 A 关于 η 的明导元 $A^{\tilde{d}}$.

由定理8、定理9可见, 有且仅有 ST_{-1} 的 TML 可用明导算子刻画, 这是 ST_{-1} 的一个特征

参 考 文 献

1 宣立新 分子格的极大点的相通支及其应用 模糊系统与数学, 1995, **1**: 42- 48

2 Wang Guojun. *Theory of topological molecular lattices*. FSS, 1992, **47**: 351- 376

3 宣立新 Fuzzy 集的"明聚点". 模糊数学, 1983, **3**: 1- 6

The Ordinary Accumulation Points of Elements and ST_{-1} Separation Property in the TML

Xuan Lixin

(Nanjing Power College, Nanjing 210042)

Abstract

In this paper, we shall first introduce the concept of ordinary accumulation points and discuss the properties of the ordinary accumulation points of the elements, then study the properties of ST_{-1} separation axiom and ordinary derived operator in TML.

Keywords TML, ordinary accumulation points of elements, ST_{-1} separation property.