第22卷第3期 2002年8月
数学研究与评论
JOURNAL OF MATHEMATICAL RESEARCH AND EXPOSITION
Vol. 22 No. 3 Aug. 2002

带有分段常数变元的时滞微分方程解的振动性*

李 小 平

(娄底师专数学系，湖南 娄底 417000)

摘 要：本文研究了带有分段常数变元的时滞微分方程解的振动性，获得了方程解振动的若干充分条件.

关键词：分段常数变元；时滞微分方程；振动性.

分类号：AMS(2000) 34K15/CLC O175.10

文献标识码：A **文章编号**：1000-341X(2002)03-0505-02

考虑带有分段常数变元的时滞微分方程

$$\dot{x}(t)+a(t)x(t)+\sum_{i=1}^{m}b_i(t)x([t-i])=0. \tag{1}$$

文[1－3]研究了方程(1)的解的振动性，获得了如下结论：

为方便起见，全文记：$D_{i,n}=\int_n^{n+1}b_i(t)\exp(\int_{n-i}^{t}a(s)\mathrm{d}s)\mathrm{d}t.$

定理 A[1] 设 $m=1$，且

$$\liminf_{n\to\infty}(\exp(\int_n^{n+1}a(s)\mathrm{d}s))\liminf_{n\to\infty}\int_n^{n+1}b_1(t)\exp(\int_n^{t}a(s)\mathrm{d}s)\mathrm{d}t>\frac{1}{4},$$

则方程(1)的所有解振动

定理 B[1] 设 $m=1$，且 $\limsup\limits_{n\to\infty}D_{i,n}>1$，则方程(1)的所有解振动.

定理 C[3] 设 $b_i(t)>0(2\leqslant i\leqslant m)$，且 $\liminf\limits_{n\to\infty}D_{i,n}>\frac{1}{4}$，则方程(1)的所有解振动.

定理 D[3] 设 $b_i(t)>0(1\leqslant i\leqslant m)$，且

$$\liminf_{n\to\infty}D_{i,n}+\limsup_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{m}D_{i,n}>1\,.$$

则方程(1)的所有解振动.

本文进一步研究了方程(1)的解的振动性，获得了如下新的结果.

定理 1 设 $b_i(t)>0(1\leqslant i\leqslant m)$，且存在正整数 $N\geqslant m$，使

$$\inf_{n\geqslant N,0<\lambda<1}\sum_{i=1}^{m}\frac{D_{i,n}}{\lambda(1-\lambda)^i}>1, \tag{2}$$

* 收稿日期：1999-09-21

基金项目：湖南省教委自然科学基金资助项目(00C029)

作者简介：李小平(1963-)，男，湖南涟源人，副教授.

则方程(1)的所有解振动.

推论 1 设 $b_i(t)>0(1\leqslant i\leqslant m)$,且存在正整数 $N\geqslant m$,使 $\inf\limits_{n>N}\sum\limits_{i=1}^{m}\frac{(i+1)^{i+1}}{i^i}D_{i,n}>1$,则方程(1)的所有解振动.

定理 2 设 $b_i(t)>0(1\leqslant i\leqslant m)$,且 $\liminf\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{m}D_{i,n}\leqslant\frac{1}{4}$ 及

$$\limsup_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{m}D_{i,n}>\frac{1+\sqrt{1-4\liminf\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{m}D_{i,n}}}{2},\tag{3}$$

则方程(1)的所有解振动.

推论 2 设 $b_i(t)>0(1\leqslant i\leqslant m)$,且 $\liminf\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{m}D_{i,n}\leqslant\frac{1}{4}$,$\liminf\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{m}D_{i,n}+\limsup\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{m}D_{i,n}>1$.
则方程(1)的所有解振动.

参考文献:

[1] AFTABIZADEH A R, WIENER J, XU J M. *Oscillatory and periodic properties of delay differential equations with piecewise constant argument* [J]. Proc. Amer. Math. Soc., 1987, **99**: 673—679.

[2] GYORI I, LADAS G. *Oscillation Theory of Delay Differential Equations with Application* [M]. Claredon press, Oxford, 1991.

[3] 林诗仲,俞元洪. 带有分段常数变元的时滞微分方程解的稳定性和振动性[J]. 高校应用数学学报A辑. 1996, **11**(1): 7—13.
LIN Shi-zhong, YU Yuan-hong. *Stability and oscillations of delay differential equation with piecewise constant argument* [J]. Appl. Math. J. Chinese Univ., Ser. A, 1996, **11**(1): 7—13.

[4] HUANG Y K. *A nonlinear equation with piecewise constant argument* [J]. Appl. Anal., 1989, **33**: 183—190.

[5] YU J S, ZHANG B G. *Oscillation of delay difference equation* [J]. Appl. Anal., 1994, **133**: 117—124.

Oscillation of Delay Differential Equation with Piecewise Constant Argument

LI Xiao-ping

(Dept. of Math., Loudi Teachers' College, Hunan 417000, China)

Abstract: In this paper, the oscillation of all solutions of delay differential equation with piecewise constant arguments is discussed. Some sufficient conditions for the oscillation of all solution are obtained.

Key words: delay differential equation; oscillation; piecewise constant argument.