

一种将数学神秘化的倾向 ——评《无穷小量的命运及对数学发展动力的思考》一文

李 玮, 谢 琳

(辽宁师范大学数学学院, 辽宁 大连 116029)

(E-mail: liwei811230@163.com)

摘 要: 陈学云在文献 [1] 中给出一个结论: 我们必须丢掉用数学真理性来解释数学适用性的幻想. 我们认为这实际上是在宣扬一种数学神秘主义的观点; 而数学主体内容的发展摧毁的是旧形而上学的先验“真理”观; 具体数学理论在人类实践活动中显示出来的适用性, 依赖于其具体的“真理”性.

关键词: 非欧几何; 真理性; 相对性; 旧形而上学.

MSC(2000): 00A30

中图分类号: O141

近些年来, 在国内一些从哲学角度讨论数学思想发展的文献中出现了一种将数学神秘化的倾向. 笔者所要评论的文献 [1] 就是一个比较典型的例子. 在《无穷小量的命运及对数学发展动力的思考》^[1] 一文中, 陈学云依据自己的思路对 M. 克莱因著《数学: 确定性的丧失》^[2] 中的某些论述进行梳理, 并在其间溶入了自己的看法. 文章中除了强调数学发展与“信仰”转换的密切关系, 还给出了两个问题和一个带有结论性的判断.

第一个问题: “欧氏几何 — 第一个用演绎方法建立起来的数学典范, 不是惟一与客观事实一致的几何, 数学还是真理吗? 它是不是世界的普适法则?”^[1]

第二个问题: “既然数学丧失了绝对真理, 其有效性的依据何在? 相反, 有效使用在爱因斯坦坦广义相对论的非欧几何是不是真理?”^[1]

接着这些问题, 陈写道: “其实数学的有效性不必须由其真理性作保证, …… 有效性并不说明其真理性.” 而在文章的最后, 更给出一个十分明确的结论: “从历史上数学家信仰的转换的情势来看, 数学只有从追求其内容的相容性和完备性再往后退, 进一步放弃数学真理性的神话, 才能走出这次危机¹. 从无穷小量的发展史, 我们可以看到这样一种现象: 数学适用的范围在扩大, 而数学真理性的地盘在缩小! 看来, 我们必须丢掉用数学真理性来解释数学适用性的幻想.”

在文献 [1] 作者看来, 整个数学界仍然在迷茫之中, 虽然作者没有指出新的道路, 但他认为数学家们不能再为数学追求“真理”了. 对此, 笔者却难以苟同. 本文将冒昧阐述一些不同的看法, 以期引起更为深入的探讨. 为了叙述简明, 以下将陈学云的这篇文章简称为《无》文.

1 “真理”的含义是什么

尽管《无》文中多次着重提到“真理”这个概念, 但却没有明确说明其“真理”的含义是什么. 搞清这一点十分重要, 因为不论是追溯历史还是考察现代, 人们对“真理”概念的含义有不

同的理解.《无》文最后结论中所说的“真理”是专指一种特定的真理观,还是泛指所有“真理观”呢?为搞清这一点,有必要分析一下《无》文中与真理相关的说法.

结合第一问题中提到的“数学还是真理吗?它是不是世界的普适法则?”以及后文中“数学绝对真理观的破产……”这样的说法,可以认为作者在这里所说的“真理”应当指的是“普适法则”,是“绝对真理观”所指的真理.但是,在这个第一问之后,《无》文中又写道:“从19世纪后期起,数学越来越远离自然,数学中的概念并不是从现实世界直接抽象出来的,它们并没有明显的直观背景,数学的‘真’无法得到证实.”若按此话理解,“真理”又必须是从现实世界中抽象出来,并可在现实中印证的知识,即真理是符合现实世界规律的认识.再注意到《无》文中对“日心说”与“地心说”的评论:“哥白尼理论取代托勒密的理论的原因不在于其真理性而在于其简单性和适用性.”^[1]不难看出,《无》文中“真理”概念的含义也包容了一般唯物主义反映论的真理观.在《无》文的最后一段,又有一种退一步的真理观,即“理论内部的相容性和完备性”.这种真理观与大众常识相去甚远.大体上可以认为是一种加强的“逻辑实在论”的真理观.由于《无》文中没有区别这些不同的真理观,最后结论中的“真理”概念也没有任何修饰语,笔者只能认为《无》文作者明确要表达的意思是:无论对真理持怎样的观点,数学的适用性都不能由数学的真理性给以解释.这样的理解是否有偏颇,陈先生自可给出更明晰的解释,但《无》文给读者的印象确是如此.

由于《无》文的主体内容与文献[2]有十分密切的关系.因此,有必要对文献[2]中所说的真理概念有一个大致的了解.在《数学:确定性的丧失》一书中,克莱因用了三章篇幅讨论数学与真理的关系.但是,克莱因在每章都对其所说“真理”概念的思想来源有较为清楚的交待.粗略言之,克莱因所说的真理观主要源自三个重要的哲学流派:柏拉图的理念论,笛卡尔的明晰直觉、理性推理及永恒自然法则,以及康德的先验综合论.尽管这三个哲学流派有显著的差别,但在“真理观”上却有一些重要的相同之处,即真理的先验性,永恒性,普适性.换句话说,即都是绝对真理.这些真理观也都属于旧形而上学(按照格尔的说法).这一点可以从克莱因的另一段陈述看出.他写道:“数学家们只能得出这个令人沮丧的结论:数学中没有真理,即作为现实世界普适法则意义上的真理.”^[2]克莱因很明智,他对所说的真理总要在前前后后界定对其理解的限制.

克莱因虽然没有十分明确地讨论其它的真理观,但克莱因认为:“所有观点最终得到这样一个结论:决定数学的合理性不是能在某一天被证明是正确的某一种基础,数学在物理世界中的应用决定其正确性,数学和牛顿力学一样是一门经验科学.……尽管两千年来,数学一直被看作是一门先验知识,但实际上并非如此,数学不是绝对的、不可变更的.”^[2]“数学不同于其它科学,无论这部分数学是否绝对可靠,它们运转得很不错.我们可以把它们称为准经验的.”从这些克莱因本人的说法可以看出,他多少已倾向于朴素唯物主义经验论的真理观了.有趣的是,在该书第四章克莱因还有一个耐人寻味的结尾:“也许真理本质上就是难以捉摸的,或者如罗马哲学家塞涅卡所说:‘自然界不会一下子披露她所有的秘密’.”这意味着克莱因在什么是真理的问题上并不急于给出结论,这与《无》文中明确的表态是有一些区别的.

2 “非欧几何”的适用性与“真理”性

在《无》文中虽然提出了“非欧几何是真理吗?”这样一个问题,却没有任何直接的回答.可是从该文的内容不难看出作者的答案:非欧几何虽然有适用性,却依然不是真理.由于正是“非

欧几何”的产生,“数学真理性”才受到巨大的冲击,所以应当搞清那时关于“数学真理性”的认识到底是源于什么样的真理观。

首先,两千多年来,大多数数学家自觉不自觉的是所谓的“柏拉图主义者”,或者也可称为朴素“实在论”者。在柏拉图的理念世界(或称形式的世界)中,真就是真,几何的形式关系和性质都是确定的。比如三角形内角之和以及圆周率只能是惟一的。理念世界的真是完美精确的,这种完美之真是人类认识活动追求的目标。虽然朴素实在论者不会追问“理念世界”的存在场所及其如何影响经验世界的细节,但他们认为纯形式的真理是客观的、永恒的和绝对的。另外,由于数学的发展,在数学领域中的柏拉图主义也在演变。关于这方面,徐利治先生已给出精辟的分析和评论^[3],本文不再赘述。

其次,非欧几何虽略晚于康德哲学出现,但也是康德哲学在知识界流传并造成影响的时期。虽然黑格尔努力在哲学上跨过康德,但他那牵强的《自然哲学》以及晦涩的哲学论述令科学界对其哲学敬而远之。在康德看来,空间与时间是可以脱离物质进行思辨的对象,它们与物无关,是人类自身认知能力中先验的“直觉形式”。因此,时间与空间是绝对和独立的。而人类也可以对这种先验直觉形式构建起“先验综合”式的真理。并且,在直觉(直观)上十分明晰的欧氏几何也就是关于“空间”的绝对先验真理。

最后,牛顿力学在当时的科学界有着绝对的统治地位,而牛顿力学是建立在绝对时空观的基础上的。不难想象,在几乎所有有重大影响的学派都持有绝对时空观和绝对真理观的时代,非欧几何的产生会造成多么大的冲击。但是,这种冲击所摧毁的仅仅是“绝对真理观”和“绝对时空观”。

众所周知,相对论是二十世纪最重大的科学成果。但是,这个理论却并不被所有人真正理解。时至今日,仍有许多知识界人士坚持绝对时空观,他们始终认为,欧氏几何才是惟一正确的关于空间形式的理论,相对论中应用黎曼几何只是为了表述上的方便。换句话说,许多人从来都没有接受相对论所揭示的最深刻的道理:时空是相对的,它们都与物质及其运动密切相关,如果没有物质及其运动,也就没有时间与时空。其实,即使对认知过程进行思辨分析也不难意识到:如果脱离了物质及其运动,人们对所谓的几何性质几乎说不出任何有意义的东西。比如:“直线”的“直”到底意味什么?顺便提及一点,所有的先验真理论者都会自觉不自觉地忽略人类知识与物质世界之间最重要的原发性联系。这也是“绝对真理”产生的认识根源。

虽然非欧几何冲垮了先验的绝对真理观和绝对时空观,但它却证实了另一种在中国也许广为人知却又常被人忘记的真理观和时空观。这种观点认为:真理都是具体的,也必具有相对性,因此没有普适的绝对真理。这种观点还认为:时间和空间都是运动着的物质的存在形式。按照这个观点,我们对几何学的发展可以得出什么结论呢?

首先,由于时间与空间只是运动着的物质的存在形式,那么只要存在不同形式的运动和物质也就可能呈现不同的时空形式。因此,时空形式就不是惟一和绝对的,它们依赖于运动与物质。既然有不同的时空形式,就应当有对应于这些不同时空形式的理论。于是,一门具体的几何学,如果它具有真理性,恰是因为它在一定程度上揭示了一类同构空间形式的性质。但是,它的真理性是有局限性的,而不是绝对、普适的。因为它只能描述一类空间,而不是全部空间形式。

其次,一种几何学在指导人类实践活动的过程中具有适用性,它就必须能够比较真实地反映人们在其实践范围内所面临的空间形式的性质。否则,它也不会具有适用性。欧氏几何之所以长期具有适用性,是因为19世纪以前,人类实践活动所面临的空间相对狭小,欧氏几何虽不十分精确,但依然相当好地近似反映了这种空间形式的性质。人类当时尚无能力察觉其误差。设想,如

果中国古人(他们认为大地是平的)居然有能力在大地上验证平行线公理,他们会发现什么呢?再假设,地球的质量密度足够大,高斯曾拥有足够精密的仪器,那么他也可能会发现平行线公理不成立.但是这些都没有发生,因为人类实践活动在范围及其能力方面的限制,使得欧氏几何已是足够好的关于空间形式的“真理”,这也是其适用性的保证.不难想象,一个完全臆造的几何学,如果它与任何物质及其运动的存在形式都无关,它也必然没有什么适用性可言.

上面关于真理和时空的看法,大体可以认为是属于辩证唯物主义的真理观.按照这种真理观得出的结论是:数学(包括几何学)的适用性程度与其真理性程度直接相关.它是否具有适用性,恰恰依赖于它是否具有真理性.这个结论与《无》文中的结论完全相反.

《无》文是从无穷小量说起的,虽然笔者对其中某些说法仍存在异议,但这些内容主要涉及逻辑关系和个别知识细节的理解,与数学的真理性问题相去甚远,故不在此赘述.以下仅就 M. 克莱因所著《数学:确定性的丧失》一书谈一点观感.这是一部有较强可读性的书,除了作者在数学思想史方面广博深厚的造诣,还在于该书行文中营造的戏剧性.尤其是对数学史中曾引起争论的发展历程,其写法更有意突显冲突和破坏性.而对于数学发展带来的积极面——数学开放性的展示——却叙述得较为平淡和含糊.这也许可以理解,因为人们在哲学问题上的看法莫衷一是,所以在对哲学问题给出自己的判断时,许多人通常不会像陈述已有定论的观点那样直白.但是,如果在解读此书时过于注重其戏剧性的描写,并且有意在其“戏剧”高潮的后面再推波助澜,就可能泛起些许旧观念的沉渣,给数学的认识罩上不必要的神秘色彩.

参考文献:

- [1] 陈学云. 无穷小量的命运及对数学发展动力的思考 [J]. 自然辩证法研究, 2005, 1: 41–43.
CHEN Xue-yun. *The fate of infinitesimal and ponderation on mathematical motive force* [J]. *Studies in Dialectics of Nature*, 2005, 1: 41–43. (in Chinese)
- [2] M. 克莱因. 数学: 确定性的丧失 [M]. 长沙: 湖南科学技术出版社, 1997.
MORRIS K. *Mathematics: The Loss of Certainty* [M]. Changsha: Hunan Science Technology Press, 1997. (in Chinese)
- [3] 徐利治. 数学中的现代柏拉图主义与有关问题 [J]. 数学教育学报, 2004, 13(3): 1–5.
HSU L C. *On the Neoplatonism in mathematics and some related questions* [J]. *Journal of Mathematics Education*, 2004, 13(3): 1–5. (in Chinese)

A Tendency of Mystifying Mathematics —Comment on “The Fate of Infinitesimal and Ponderation on Mathematical Motive Force”

LI Wei, XIE Lin

(School of Mathematics, Liaoning Normal University, Liaoning 116029, China)

Abstract: In [1], a conclusion that we must abandon the fantasy to explain the application of Mathematics by its truth is given by Chen Xue-yun. But in our point, it is actually publicizing a viewpoint of the “mysticism” about Mathematics. What the development of the main content of Mathematics destroyed is transcendental truth of old metaphysics; and the application that the concrete mathematical theories have showed in practice depends on its concrete truth.

Key words: non-Euclidean geometry; truth; relativity; old metaphysics.